فیزیک II + حل تمرین

۱۳۹۶

«استاد غفاری»

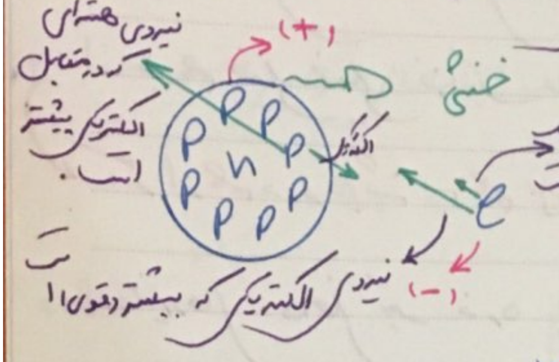
اگر قسمتی از جزوه مشکل داشتید و یا قابل خواندن نبود به ID پیام دهید

@ Srsh.e ←

Subject:
Year. Month. Date. ( )

فیزیک ۲

* اشیا در حالت طبیعی خنثی هستند ولی در اثر عمل باردار می‌شوند مانند مالش و ....



$n_p = n_e$

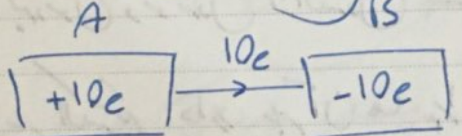
بار پایه $e = |q_p| = |q_e| = 1.6 \times 10^{-19} C$

$m_p = m_n = 1840\, m_e$

اصل جرم اتم را نوترون و پروتون تشکیل می‌دهند.

* برای این که توازن یک عنصر برهم بخورد الکترون کم یا زیاد می‌شود با انتقال پروتون نیز توازن برهم می‌خورد ولی کار بسیار سختی است زیرا پروتون به جز نیروی گرانشی و نیروی الکتریکی، نیروی هسته‌ای نیز دارد.

در نتیجه: همواره برای برهم خوردن توازن الکترون گرفته یا داده می‌شود



بار هر جسم (q) ← $q = \pm ne$ → بار پایه

$n = 1, 2, 3, 4, ...$

نکته: در الکترون می‌توان از نیروی گرانشی در مقابل نیروی الکتریکی صرف نظر کرد.

* اگر در داخل ۲ ذره کوارک وجود داشته باشد نیروی هسته‌ای به وجود می‌آید چون پروتون و نوترون کوارک داخل خود دارند می‌توانند نیروی هسته‌ای به وجود آورند ولی الکترون چون کوارک ندارد نمی‌تواند این نیرو را به وجود آورد.

Scanned by CamScanner

۲ شرط برای این که نیروی هسته‌ای به وجود آید باید برقرار باشه

۱- به هم خیلی خیلی نزدیک باشند ۲- داخل خود کوارک داشته باشند

اگر از هم دور باشند به هم نمی‌توانند نیرو وارد کنند

نیروهای داخل یک ذره ⇐ نیروی گرانشی
نیروی الکتریکی

* در ۱۵ عنصر آخر چون تعداد پروتون و نوترون زیاد است نیروی دافعه الکتریکی به نیروی هسته‌ای غلبه می‌کند عنصر رادیواکتیو به وجود می‌آید و به واسطه شکستن هسته واپاشی انجام شده و پرتو بیرون می‌آید.

کوارک: ۱- ذراتی بسیار کوچکتر از پروتون و نوترون

۲- تشکیل دهنده‌ی پروتون و نوترون

۳- علت این که پروتون و نوترون از الکترون سنگین‌تر است وجود کوارک است

۴- کوارک بار الکتریکی دارد بار آن‌ها ۱/۳ بار پایه است.

به این معنی که بار کوچکتر از بار پایه وجود دارد ولی تنهایی دیده نشده

۴ خواص بار الکتریکی:
- کوانتیده (گسسته)
- پیوسته (مضرب اعداد خاص با فاصله‌های ثابت)

$$q = 1.6 \times 10^{-19} C$$
$$3.2 \times 10^{-19} C$$
$$4.8 \times 10^{-19} C$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

لایه های آخر الکترون آزاد ندارد.

نارسانا: اگر باری در آن قرار دهیم بار در همان جا جمع می ماند (اختیار با بار دست ماست)

لایه های آخر آن حاوی الکترون آزاد هست.

رسانا: اجسامی که اگر باری در آن ها قرار دهیم آن ها جابه جا می شوند (اختیار با رسانا است)

!!! قانون کولن !!!

ذره ۱ q_1 ، ذره ۲ q_2 ، فاصله r

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

- $k = 9\times10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}$
- q_1: بار ذره ۱ (C)
- q_2: بار ذره ۲ (C)
- r: فاصله ۲ نیرو از هم (m)
- F: بزرگی نیروی وارد بر هر یک از ذرات (N)

* قانون کولن فقط برای ذرات برقرار است.

۳ عامل بر روی نیروی الکتریکی تاثیر دارد ۱_ محیط ۲_ بار ذرات ۳_ فاصله آن ها

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

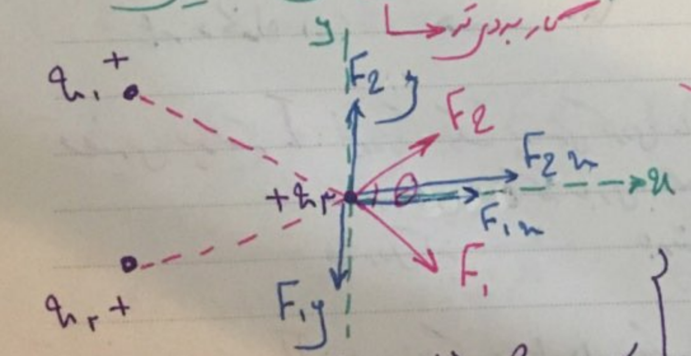
ε_0: ثابت گذردهی خلاء $8.85\times10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$

$$F = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

نشان دهنده محیطی که ذره قرار دارد

نکته: بارها در خلاء نیروی بیشتری وارد می کنند ولی در محیط های غیر خلاء کمتر است.

هر عملیات برداری به ۲ روش قابل انجام است ۱_ هندسی ۲_ مؤلفه ای (تحلیلی)



روش هندسی جمع ۲ تا: $F = \sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta}$

$$F_x = F_{1x}+F_{2x}+\dots$$
$$F_y = F_{1y}+F_{2y}+\dots$$

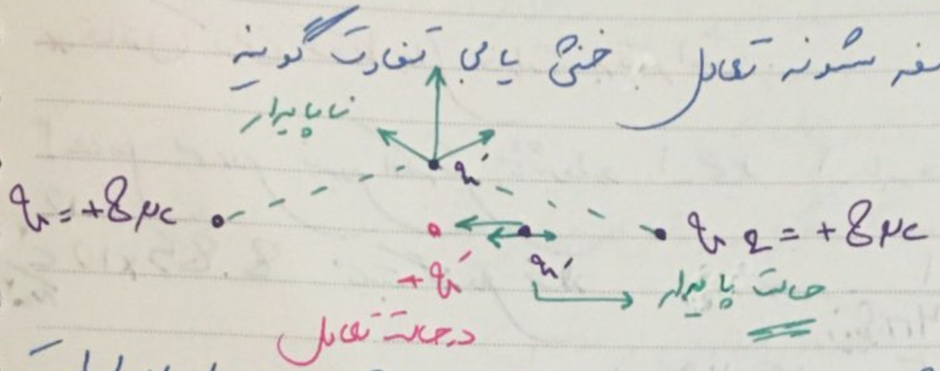
روش مؤلفه ای (تحلیلی)

Scanned by CamScanner

مثال: انواع تعادل { پایدار / ناپایدار / خنثی

برای تشخیص نوع تعادل: ذره را از مکان اولیه‌اش کمی خارج کرده و نیروها را رسم کرده و در موقعیت جدید برآیند نیروها را رسم می‌کنیم

* اگه به حالت خود برگردد تعادل پایدار
* اگه به مسیر خود ادامه دهد و به حالت اولیه برنگردد تعادل ناپایدار
* اگه برآیند نیروها صفر بشونه تعادل خنثی یا بی‌تفاوت گویند



در این مسئله تعادل بار q در راستای y ها ناپایدار و در محور x ها پایدار است

اگه صفر می‌شه: خنثی می‌شود

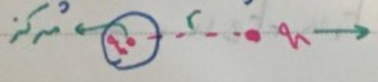
* نیروی وارد بر بار q_0

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$\vec{E}$ ← میدان الکتریکی (N/C)

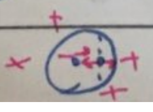
q_0 ← بار دلخواه (C)

قضیه‌ی پوسته I: نیرویی که یک پوسته‌ی کروی باردار و یکنواخت به بار نقطه‌ای بیرونش وارد می‌کند برابر نیرویی است که باری به همان اندازه‌ی بار پوسته در مرکز پوسته به بار بیرونی وارد می‌کند



قضیه‌ی پوسته II: پوسته‌ی کروی باردار و یکنواخت به بار نقطه‌ای داخل خود نیرویی وارد نمی‌کند

* فرقی ندارد مرکز باشه یا جای دیگه داخل کره ←



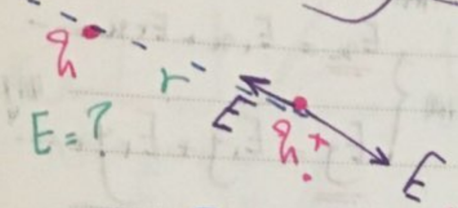
Subject:
Year. Month. Date. ( )

«فصل دوم»

عنوان ها: مفهوم میدان الکتریکی — بدست آوردن میدان الکتریکی حاصل از توزیع بارهای مختلف

اثر میدان الکتریکی بر اجسام باردار

میدان الکتریکی: میدان الکتریکی در هر نقطه برابر نیروی الکتریکی وارد بر واحد بار مثبت در آن نقطه می باشد

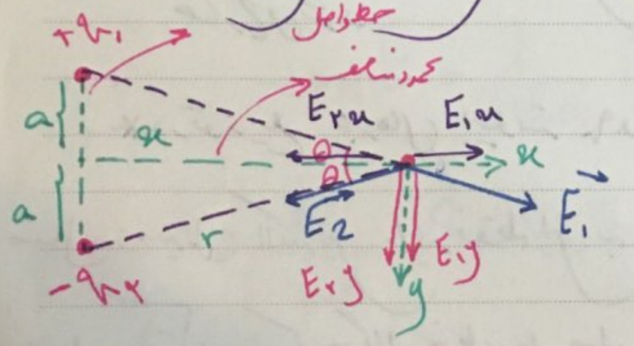


بدست آوردن میدان الکتریکی بار نقطه ای

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}{q_0} \longrightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

مثال: دو قطبی الکتریکی

میدان الکتریکی حاصل از یک دوقطبی الکتریکی را در نقطه ای روی محور منصف خط واصل دو قطبی بدست آورید.



$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = 0$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = 2E_{1y} = 2E_1 \sin\theta = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\theta$$

$$= \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+a^2)} \cdot \frac{a}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \frac{2aq}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+a^2)^{3/2}}$$

$p = 2aq$ گشتاور دو قطبی الکتریکی

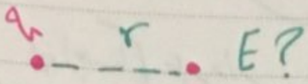
تقریب نواحی دور $x \gg a$ $\longrightarrow E_y(x) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^3}$

PAPCO

Scanned by CamScanner

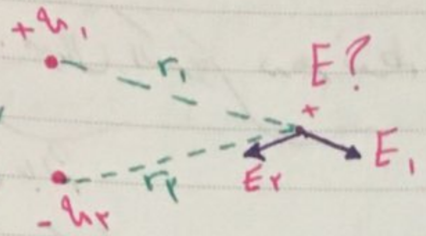
رده بندی و دسته بندی اجسام باردار

۱) بار نقطه ای



$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

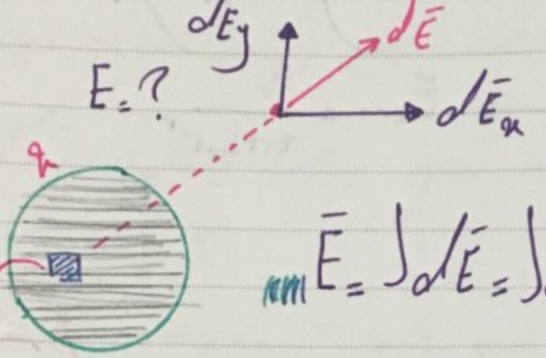
۲) چند بار نقطه ای (بارهای گسسته)



$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \dots$$

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} + \dots \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} + \dots \end{cases}$$

۳) توزیع بار پیوسته



$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x \,\hat{i} + \int dE_y \,\hat{j}$$

مهم

مقدار dE متفاوت است ولی جهت ثابت است و تفاوت ندارد پس از انتگرال خارج می شود.

* در توزیع بارهای پیوسته dqها (بارها) هیچ فاصله ای با یکدیگر ندارند.

مثال: میدان الکتریکی را در نقطه ای به فاصله R از یک میله نازک و نامتناهی بادار مثبت بدست آورید که چگالی خطی بار میله λ می باشد.

* مقدار بار موجود در واحد طول (1m) یک میله را چگالی خطی بار یا چگالی طولی می گویند.

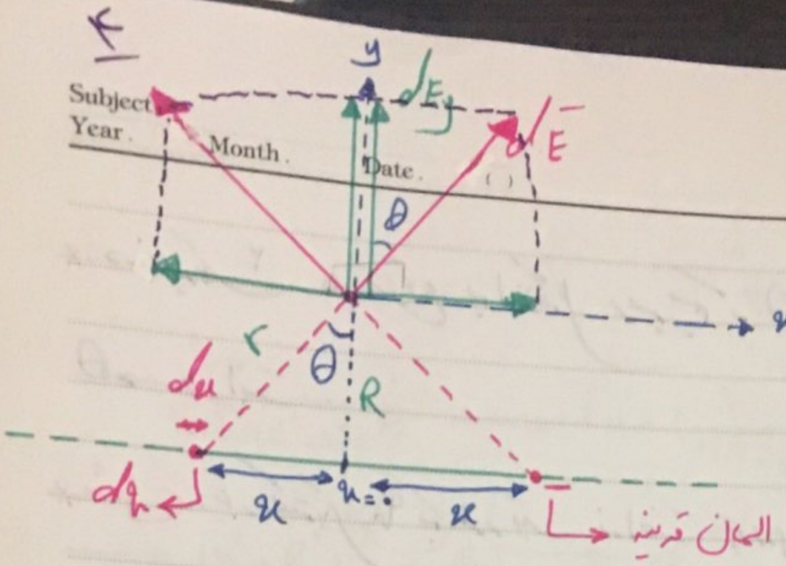
* هر موقع نوع بار گفته نشود (+) در نظر گرفته می شود.

* میله نامتناهی است در نتیجه یک بار به دلخواه انتخاب می کنیم پس هر باری قرینه ای در سمت دیگه در روی میله دارد که فاصله آنها از $x=0$ را x در نظر می گیریم

PAPCO

Scanned by CamScanner

۴



$\frac{\text{بار}}{\lambda}$, $dq = ?$, $\frac{\text{طول}}{1}$, dx

$dq = \lambda dx$

میدان کل $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x \, \vec{i} + \int dE_y \, \vec{j}$

(جمع المان میدان ها)

$\rightarrow E = \int 2 dE_y = 2\int dE_y = 2\int dE\cos\theta$

$= 2\int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq\cos\theta}{x^2+R^2}$ ($dq \rightarrow \lambda dx$)

$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{R(1+\tan^2\theta)d\theta\cos\theta}{R^2(\tan^2\theta+1)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\int\cos\theta \, d\theta$

$\tan\theta = x/R$

$x = R\tan\theta$

$dx = R(1+\tan^2\theta)d\theta$

$\rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}[\sin\theta]_0^{\pi/2}$

$\rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}[\sin\pi/2 - \sin 0] \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$

* اگر بردارها هم جهت نبودند مثل این مثال باید حتماً از روش نادق حل کرد.

* از روش المان قرینه یکی از ۲ انتگرال حذف می‌شود
در این سوال هر المان که در سمت چپ قرار داشته باشه در سمت راست وجود دارد در نتیجه E_x که صفر می‌شود (همدیگر را خنثی می‌کنند!!

* برای حل انتگرال ← تشخیص ثابت و متغیر (در این سوال)

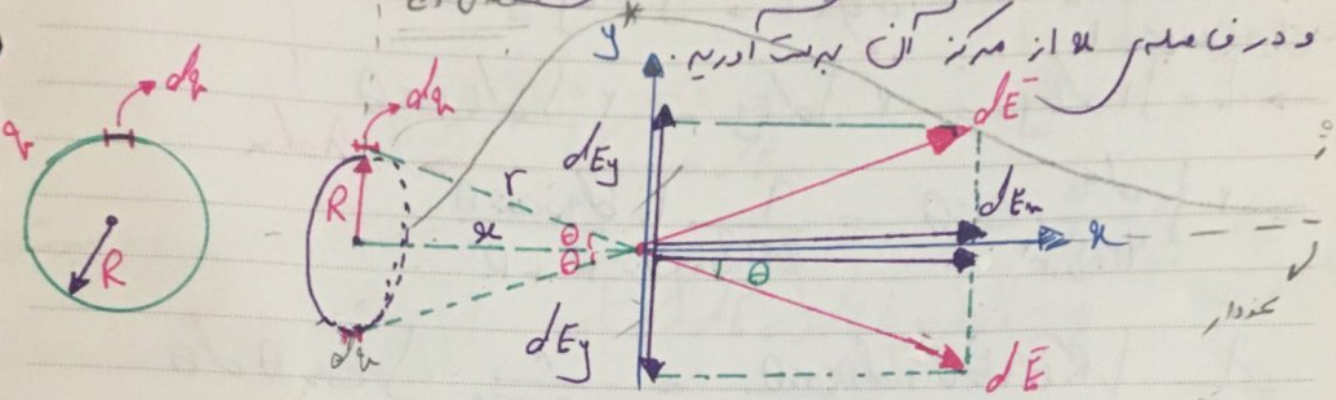
x ← متغیر
R ← ثابت
θ ← متغیر

مرحله دوم تبدیل dq است.

Subject: Year. Month. Date. ( )

* در فیزیک ۲ هر موقع به انتگرال رسیدیم که θ و x داشتیم بهترین کار تبدیل x به θ است.

*مثال: بار الکتریکی q به طور یکنواخت بر روی یک حلقه‌ی نازک دایره‌ای به شعاع R توزیع شده است میدان الکتریکی را در نقطه ای روی محور محوری حلقه و در فاصله‌ی x از مرکز آن بدست آوریم.



$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x \, \hat{i} + \int dE_y \, \hat{j}$$

$$\frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$E = \int dE_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq \cos\theta}{x^2+R^2}$$

$$E = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)} \int dq \quad (q)$$

$$\to E_{(x)} = \frac{q\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$$

تقریب دور دور

$x \gg R$

$$E_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$ → «تابع میدان به چه تابعی میل می‌کنه»

« " به عددی " " = 0 »

* اگه قبل انتگرال ۲/ می‌ذاشتیم باید برای آخر $\frac{q}{2}$ از انتگرال بیرون می‌اید.

* اگه از یک حلقه‌ی باردار خیلی دور شویم مثل بار نقطه‌ای عمل می‌کنه.

PAPCO

Scanned by CamScanner

$E_x = 0 \longrightarrow$ نقطه‌ی اوج

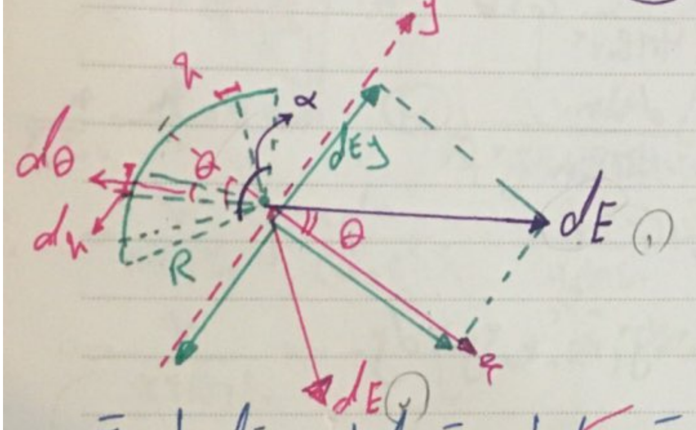
نقطه‌ی اوج در مثال قبل : (صورت برابر صفر) (ثابت)

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+x^2)^{3/2}} \longrightarrow E'_x = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{(x^2+R^2)^{3/2} - (x)\left(\frac{3}{2}\times 2x\times (x^2+R^2)^{1/2}\right)}{(x^2+R^2)^3}$$

$$\longrightarrow (x^2+R^2)^{3/2} = 3x^2 (x^2+R^2)^{1/2}$$

$$\longrightarrow R^2 = 2x^2 \longrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}R$$

مثال: بار الکتریکی q به طور یکنواخت بر روی یک میله‌ی کمانی شکل به شعاع R و زاویه‌ی الف توزیع شده است میدان الکتریکی را در مرکز این کمان بدست آورید.



بار	طول
q	$R\alpha$
$dq = ?$	$R\,d\theta$

$\longrightarrow dq = \frac{q\,d\theta}{\alpha}$

$$\bar{E} = \int d\bar{E} = \int dE\,\bar{i} + \int dE_y\,\bar{j} \quad E = \int 2\,dE_x = 2\int dE\cos\theta$$

$$= 2\int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\int dq\cos\theta$$

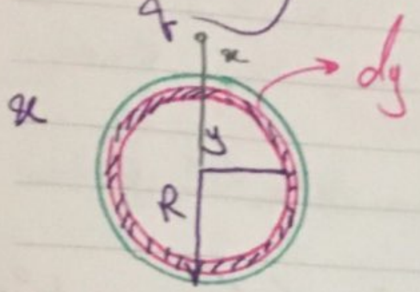
$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2\alpha}\int \cos\theta\,d\theta = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2\alpha}\left[\sin\theta\right]_0^{\alpha/2}$$

$$\longrightarrow E = \frac{q\sin\frac{\alpha}{2}}{2\pi\varepsilon_0 R^2\alpha}$$

* محور مختصات را نیم‌ساز می‌گیریم.

Scanned by CamScanner

تمرین ۱: بار الکتریکی q به طور یکنواخت بر روی یک قرص نازک دایره به شعاع R توزیع شده است میدان الکتریکی را در نقطه‌ای روی محور عمودی قرص و در فاصله x از مرکز آن را بدست آورید.



!!! تعداد زیادی حلقه با شعاع های متفاوت !!!

$$E = \int d\vec{E} = \int dE_x \, i + \int dE_y \, j$$ ← برای یک حلقه می‌نویسیم

$$E = \int dE_x = \int dE \cos\theta = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq\cos\theta}{x^2+y^2} \longrightarrow E_x = \int \frac{dq\, x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}} \quad (1) \qquad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

ضخامت

$$dq = \sigma\, dA = \sigma(2\pi y\, dy) \quad (2)$$

$$\longrightarrow E = \int dE = \frac{x\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^R (x^2+y^2)^{-3/2}(2y)\,dy$$

$$x^2+y^2 = u \longrightarrow dy = \frac{du}{2y}$$

$$E = \frac{x\sigma}{4\varepsilon_0}\left[\frac{(x^2+y^2)^{-1/2}}{-1/2}\right]_0^R \longrightarrow \left[-2(x^2+R^2)^{-1/2} + \frac{2}{x}\right]$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]$$

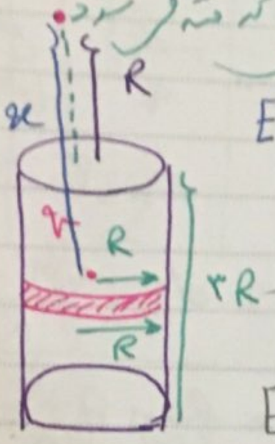
Scanned by CamScanner

Subject:
Year Month Date ( )

تمرین: یک لوله پولیکا به شعاع R و ارتفاع 3R دارای بار یکنواخت q می باشد. میدان الکتریکی را در نقطه ای روی محور لوله و در فاصله R از بالای آن بدست آورید.

تعدادی حلقه با شعاع برابر روی هم قرار گرفته شده است.

یکی از حلقه ها را جدا حساب کرده سپس برای n حلقه انتگرال گرفته می شود.



$E = ?$ میدان برای یک حلقه $= \dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$

$$dE = \int \frac{dq\, x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}$$

	سطح
q	$3R(2\pi R)$
dq	$dx(2\pi R)$

$$E = \int \frac{q\, x\, dx}{3R(4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2})}$$

$$= \frac{q}{12R\pi\varepsilon_0} \int \frac{x\,dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{q}{12R\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^{3/2}} \qquad x^2+R^2 = u,\quad dx = du/2x$$

$$= \frac{q}{24R\pi\varepsilon_0} \times -2 \left[(x^2+R^2)^{-1/2} \right]_R^{4R} \rightarrow \left[(2R^2)^{-1/2} - (17R^2)^{-1/2} \right]$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{12R\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{R\sqrt{2}} - \frac{1}{R\sqrt{17}} \right]$$

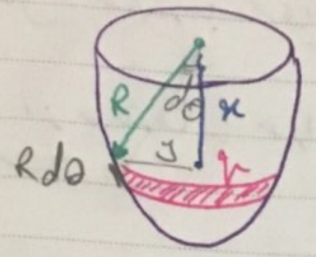
Scanned by CamScanner

Subject:
Year.　　Month.　　Date.　　( )

تمرین ۵ : بار الکتریکی q به طور یکنواخت بر روی سطح یک نیم کره تو خالی به شعاع R توزیع شده است میدان الکتریکی را در مرکز این نیمکره بدست آورید.

«همه شعاع فرق می‌کنه هم ارتفاع»

$E = ?$



$$E = \int \frac{dq \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^2}$$

بار	سطح
q	$\frac{1}{2}4\pi R^2$
$dq = ?$	$2\pi y (R d\theta)$

$$dq = \frac{q\, y\, d\theta}{R}$$

$$E = \frac{q}{R 4\pi \varepsilon_0} \int \frac{y\, d\theta \cos\theta}{(x^2+y^2)^2}$$

$x = R\cos\theta$

$x^2 = R^2\cos^2\theta$

$y = R\sin\theta$

$y^2 = R^2\sin^2\theta$

$$\int \frac{y\, d\theta \cos\theta}{(R^2\cos^2\theta + R^2\sin^2\theta)^2} = \int \frac{R\cos^2\theta\, d\theta}{R^4}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{R^4 4\pi\varepsilon_0} \int \cos^2\theta\, d\theta$$

$$\longrightarrow \frac{q}{R^4 4\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{2}\left(\theta + \left(\frac{-\sin 2\theta}{2}\right)\right)\Big]_0^{\pi/2} = \frac{q\pi}{16R^4\pi\varepsilon_0} = \boxed{\frac{q}{16R^4\varepsilon_0}}$$

$$\int \cos^2\theta\, d\theta = \frac{1}{2}\int 2\cos^2\theta\, d\theta = \frac{1}{2}\int 1+\cos 2\theta\, d\theta$$

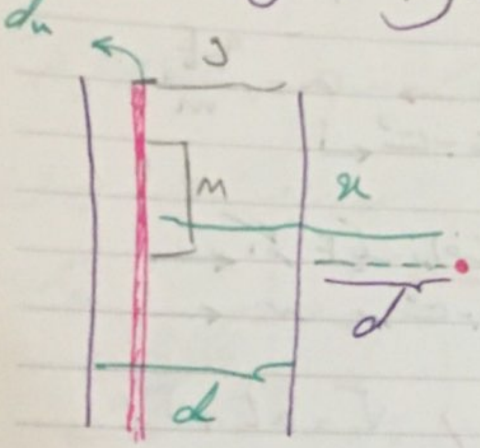
$$= \frac{1}{2}\left(\theta + \left(\frac{-\sin 2\theta}{2}\right)\right)$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

تمرین ۸: یک تسمه‌ی نازک نامتناهی با پهنای d که دارای بار الکتریکی با چگالی سطحی یکنواخت δ می‌باشد میدان الکتریکی را در نقطه‌ای به فاصله‌ای که از این تسمه d است بدست آورید



* تعداد زیادی میله نازک و نامتناهی تشکیل شده است

* چون میدان کل تسمه‌ها انتگرال گرفته می‌شود.

هم فاصله‌ی میدان هم فاصله‌ی تسمه‌ها = d

طول	چگالی
1	δ
1×dx	λ = ?

$$\lambda = \delta dx$$

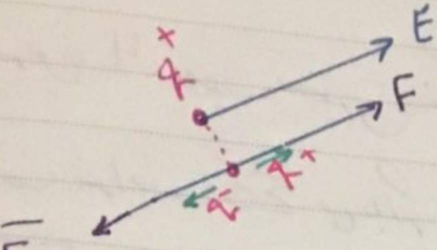
$$dE = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \times \frac{\delta dx}{x}$$

$$E = \int dE = \frac{\delta}{2\pi\varepsilon_0} \int \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\delta}{2\pi\varepsilon_0} \ln|x| \Big]_{d}^{2d}$$

$$= \frac{\delta}{2\pi\varepsilon_0} (\ln 2d - \ln d) = \boxed{\frac{\delta}{2\pi\varepsilon_0} \ln 2}$$

Scanned by CamScanner



اثر میدان الکتریکی بر یک بار نقطه‌ای :

q^+ : E و F ← هم جهت / q^- : E و F ← غیر هم جهت

$\bar{F} = q\bar{E}$ ⟶ $F = ma \rightarrow q\bar{E} = ma \rightarrow a = \frac{qE}{m}$

└ شتاب ذره (m/s^2)

← اگر E یک نواخت باشد ← حرکت با شتاب ثابت ✓

← ″ ″ شتاب‌دار ″ ← ″ ″ متغیر ✗

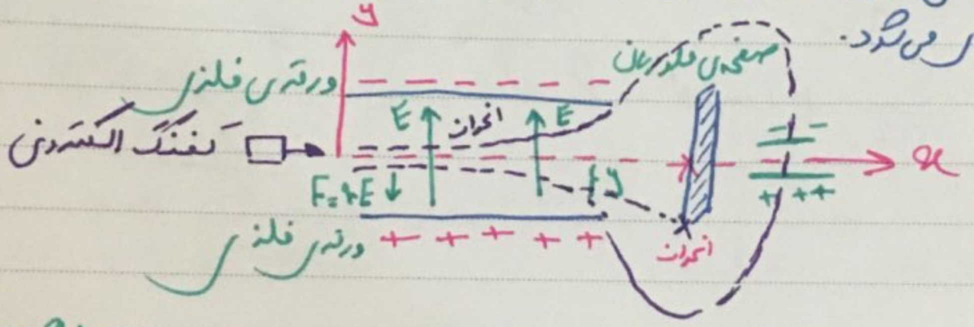
فرمول‌های شتاب ثابت → $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ / $v = at + v_0$

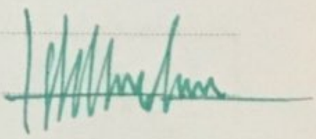
$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})t$ / $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$

کاربرد اثر میدان بر بار نقطه‌ای :
- اسیلوسکوپ ← رسم کردن
- چاپ جوهرافشان

اسیلوسکوپ : با وصل کردن ولتاژ و دادن بار، میدان ایجاد می‌شود و باعث نشان تغییرات ولتاژ با زمان می‌شود.





$F_x = 0 \rightarrow a_x = 0$

$V_x = v \rightarrow \Delta x = vt$

$x = vt + x_0$

در راستای x ← $x = vt + x_0$ حرکت یکنواخت

در راستای y ← فرمول شتاب ثابت «شتاب‌دار»

برای انحراف با توجه به ۲ صفحه‌ی فلزی دیگر میدان را تغییر داده و جهت الکترون‌ها کوش می‌شود

چاپ جوهرافشان : میدان ثابت ولی q را تغییر می‌دهند

PAPCO

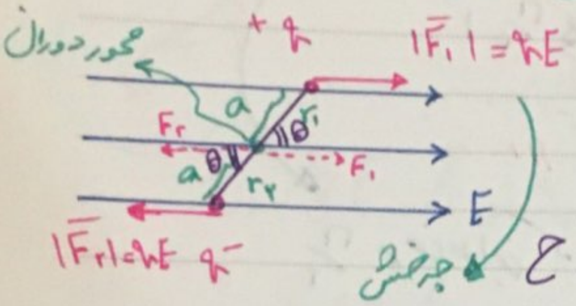
Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

اثر میدان الکتریکی یک نواخت بر ۲ قطبی الکتریکی

زوج نیرو: ۲ نیرو هم اندازه - خلاف جهت - غیرهم راستا بر ۲ الکترون که براثر این ۲ نیرو دوران می کنه چون برآیند آن ها صفر است حرکت انتقالی ندارد و فقط چرخشی است

← این اتفاق به شرطی است که هم راستا نباشه چون ۲ نیرو ساعت گرد است دوران به وجود می آورند.



$$\bar{\tau} = \bar{r} \times \bar{F}$$

$$\tau = rF \sin\theta$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$ → گشتاورها باهم، هم جهت هستند

$$\rightarrow \tau = aqE\sin\theta + aqE\sin\theta \rightarrow \tau = \underbrace{(2aq)}_{p} E\sin\theta$$

$$\tau = pE\sin\theta$$

$$\bar{\tau} = \bar{p} \times \bar{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ p_x & p_y & p_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

به شرطی برقرار است که p برداری باشه.

p بردار

$$\bar{p} = \begin{cases} p = 2aq \\ \text{و جهت آن در راستای خط واصل دوقطبی از قطب - به +} \end{cases}$$

نکته: اگر یک ۲ قطبی الکتریکی را در میدان الکتریکی یک نواختی قرار دهیم میدان الکتریکی ۲ قطبی را به دوران در می آورد و آن را تا جایی می چرخانه که بردار p با بردار میدان هم جهت باشه

* چون سرعت دارد قسمتی که باهم هم جهت هستند را رد می کنه پس به خاطر پاد ساعتگرد بودن دوران قسمت نوسان می کنه تا هم جهت شونه.

Scanned by CamScanner

Subject: Year. Month. Date.

(−) گشتاور ساعتگرد
(+) گشتاور پادساعتگرد

انرژی پتانسیل دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی

زیرا جهت دوران ساعتگرد است

$$\Delta U = -W = -\int \tau \, d\theta = -\int -pE\sin\theta \, d\theta$$

$$\Delta U = pE\int \sin\theta \, d\theta = -pE\cos\theta \Big]_{\pi/2}^{\theta}$$

$$U - U_0 = -pE\cos\theta - (-pE\cos\tfrac{\pi}{2})$$

(صفر)

$$U = -pE\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

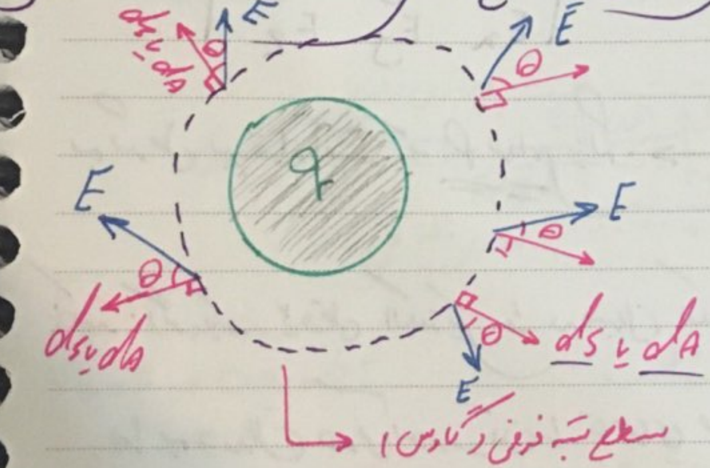
$\pi/2$ به خاطر این که یک جمله حذف شود و ساده تر شود.

$\Delta U = -W$ ⟵ هرجا که نیرو یا پتانسیل وجود داشته باشد

← گرانش - کشش فنر و ...

«قانون گاوس»

بدست آوردن میدان الکتریکی حاصل از توزیع بارهای مختلف با استفاده از قانون گاوس



بار خالص داخل سطح بسته فرضی گاوس

ثابت گذردهی خلاء $8.85\times10^{-12}\ C^2/Nm^2$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q$$

میدان الکتریکی روی سطح بسته فرضی

برداری است که جهت آن عمود بر سطح بسته و به طرف بیرون سطح و بزرگی آن برابر المان مساحت از سطح بسته می باشد.

* اندازه dA یا ds برابر مساحت اون تکه است چون همون قسمت های قرمز رنگ برابر است

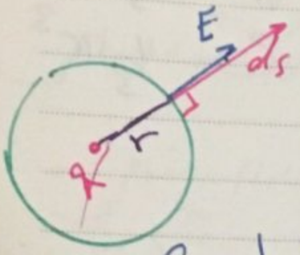
شکل برابرات بین بردارها

مثال: میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q را در نقطه‌ای به فاصله‌ی r از آن بدست آورید.

مرحله‌ی اول را انتخاب سطح بسته‌ی مناسب //

۱- سطح بسته باید از نقطه‌ای که می‌خواهیم میدان عبور کند

۲- نقاط سطح بسته باید نسبت به جسم باردار موقعیت یکسانی داشته باشند (کره)



مرحله‌ی دوم: تعیین جهت میدان و ds

مرحله‌ی سوم: مشخص کردن بار خالص داخل سطح بسته

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q \rightarrow \varepsilon_0 \oint E\,ds\cos\theta = q$$

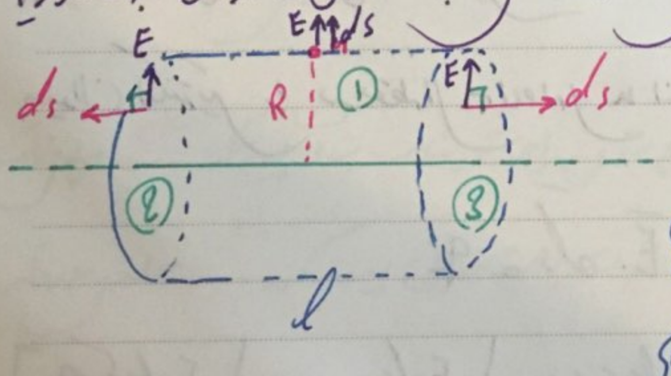
$$\rightarrow \varepsilon_0 E \oint ds = q \rightarrow \varepsilon_0 E\,4\pi r^2 = q \rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}$$

($4\pi r^2$: مساحت کره)

"مساحت کره" $4\pi r^2$ * "حجم استوانه" $\pi r^2 h$

"حجم کره" $\frac{4}{3}\pi r^3$ * "مساحت جانبی" $2\pi r h$

مثال: یک میله‌ی نازک، مستقیم، نامتناهی باردار، دارای بار الکتریکی یک نواخت با چگالی خطی λ می‌باشد، میدان الکتریکی را در نقطه‌ای به فاصله‌ی R از آن بدست آورید.



$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q$$

$$\rightarrow \varepsilon_0 \left[\int_1 E\,ds\cos\theta + \int_{2,3} E\,ds\cos\frac{\pi}{2}\right] = q$$

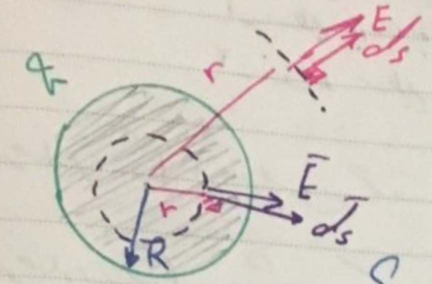
$$\varepsilon_0 E \int_1 ds = \lambda l$$

$$\varepsilon_0 E\,2\pi R\,l = l\lambda \qquad E = \frac{\lambda}{\varepsilon_0 2\pi R}$$

مساحت جانبی $= 2\pi r h$

$l = h$

مثال: بار الکتریکی q بطور یکنواخت در سراسر حجم یک کره‌ی نارسانا به شعاع R توزیع شده است. میدان الکتریکی را در نقطه داخل و خارج این کره بدست آورید.



$$\varepsilon_0 \oint E\,ds\cos\theta = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$\varepsilon_0 E \oint ds = \frac{q r^3}{R^3}$$

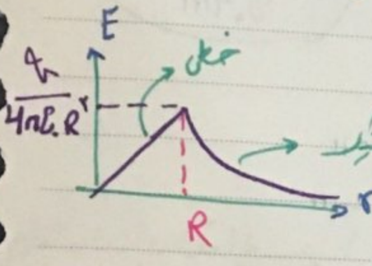
$$\varepsilon_0 E\, 4\pi r^2 = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$E_{(r)} = \frac{q r}{\varepsilon_0 4\pi R^3} \qquad r < R$$

بار	حجم
q	$\frac{4}{3}\pi R^3$
?	$\frac{4}{3}\pi r^3$

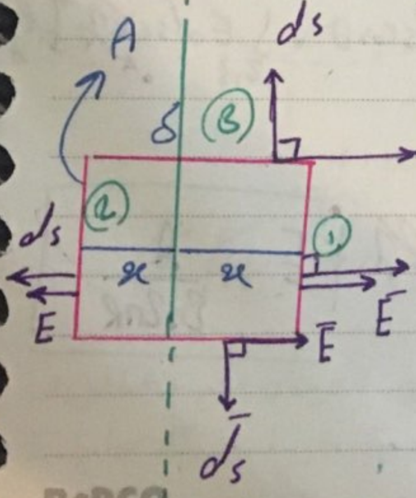
$$\varepsilon_0 \oint E\,ds\cos\theta = q \rightarrow \varepsilon_0 E \oint ds = q \rightarrow E\varepsilon_0\, 4\pi r^2 = q$$

$$E_{(r)} = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} \qquad r > R$$



مثال: تقارن صفحه‌ای «مکعب یا مکعب مستطیل بالا»

* یک ورقه‌ی نارسانای نامتناهی باردار دارای چگالی بار سطحی یکنواخت σ می‌باشد. میدان الکتریکی را در نقطه‌ای به فاصله x از این ورقه بدست آورید.



$$\varepsilon_0 \oint \bar{E}\cdot \bar{ds} = q$$

$$\varepsilon_0 \left[\int_1 E\,ds\cos 0 + \int_2 E\,ds\cos 0 + \int_{3,4,5,6} E\,ds\cos\frac{\pi}{2}\right] = A\sigma$$

$$\varepsilon_0 \left[E\underbrace{\int_1 ds}_{A} + E\underbrace{\int_2 ds}_{A}\right] = A\sigma$$

$$\rightarrow 2\varepsilon_0 E A = A\sigma \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نکات سؤال قبل :

* این ورقه‌ی نازک نارسانا یک میدان یک نواخت تولید کرده مقدارها برابر ولی جهت‌ها فرق دارد چون جهت فرق دارد نمی‌توان گفت میدان کل یک نواخت است.

* A از طرفین حذف می‌شود نشان دهنده‌ی این است که نگران کوچک یا بزرگ بودن سطح نباشیم

* ورقه‌ی نارسانای نامتناهی در حقیقت وجود ندارد ولی اگر خیلی به آن نزدیک شویم ورقه‌ی متناهی ← نامتناهی تصور می‌شود ← از نتیجه‌ی این مثال می‌توان برای نقاطی که خیلی به هم نزدیک است خیلی نزدیک است استفاده کرد ← خازن مسطح ← میدان یکنواخت

* فقط وقتی می‌توان گفت میدان یکنواخت است که ورقه‌ها خیلی نزدیک به هم باشند

← در اسلوسکوپ چون ورقه‌ها خیلی نزدیک است نامتناهی تصور می‌شود و میدان یک نواخت تولید می‌شود در غیر این صورت اگر فاصله زیاد باشد میدان یکنواخت تولید نمی‌شود.

* اگر حباب مکعب ← استوانه در نظر بگیریم به دلیل سطح بسته نیز درست است.

جمع بندی : برای بررسی میدان ۲ حالت ← ۱_ المان گیری ۲_ گاوس

گاوس ← جسم باردار متقارن ← سطح بسته‌ی راحت و مناسب بتوان پیدا کرد ← مثال میله‌ی نامتناهی

المان گیری ← جسم باردار نامتقارن بود ← سطح بسته راحت نتوان پیدا کرد ← مثال حلقه‌ی باردار

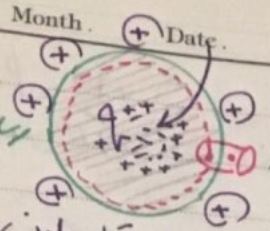
Scanned by CamScanner

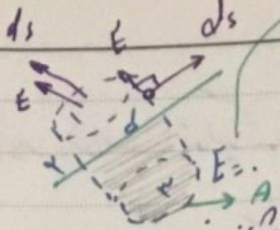
Subject: شکل ۱
Year. Month. Date.

شکل ۲

داخل سطح میدان برابر صفر است

// بررسی رساناهای باردار //





قرار دادن بار q در قسمتی از رسانا ← ایجاد E در نقاط داخل رسانا ← وارد کردن نیرو به الکترون های آزاد رسانا

↓

حرکت الکترون ها در رسانا ← ایجاد جریان داخلی در رسانا ← از بین رفتن میدان جریان داخلی

↓

// ۱- میدان الکتریکی در نقاط داخل جسم رسانای باردار صفر است //

$\varepsilon_0 \oint \bar{E}.d\bar{s} = q$ ($E=0$) → $q = 0$

↓

// ۲- بار الکتریکی رسانای باردار همواره بر روی سطح خارجی آن توزیع می شود. //

شکل بالای صفحه ۲

$$\varepsilon_0 \oint \bar{E}.d\bar{s} = q \rightarrow \varepsilon_0 \left[\int_1 E\, ds \cos 0 + \int_{2,3} \bar{E}.d\bar{s} \right] = A\sigma$$

$$\varepsilon_0 E \int_1 ds = A\sigma \rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

میدان الکتریکی در نقاط بیرون رسانا و بسیار نزدیک آن

برای رساناها ← چگالی سطحی دارند
چگالی حجمی ندارند ← چگالی حجمی نارساناها دارند.

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ← در برق گیرهای ساختمان های بزرگ

هرچه سطح نوک تیزتر باشد چگالی آن بیشتر است ← میدان آن بیشتر است.

رسانا

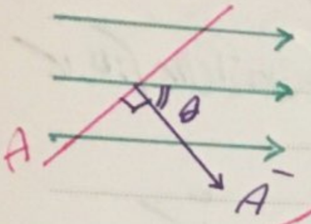
PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

«شار الکتریکی و ارتباط آن با قانون گاوس»

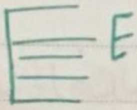
شار الکتریکی $\phi_E = EA\cos\theta = \vec{E}\cdot\vec{A}$



$\vec{A}$ = بردار مساحت {مقدار برابر مساحت سطح، جهت آن عمود بر سطح باشه}

شرط‌هایی که این فرمول عمل می‌کنه {سطح تخت باشه → اگر غیر تخت باشه θ تغییر می‌کند. / E در میدان یکنواخت باشه}

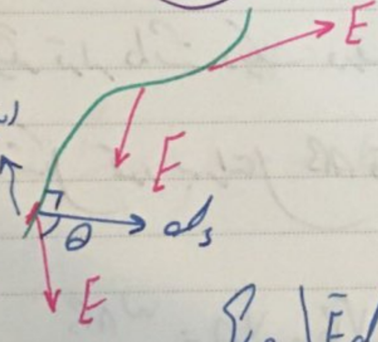
E ∝ تراکم خطوط میدان ∝ تعداد خطوط میدان در واحد سطح



$\phi_E = E.A = ۵۰۰ \times ۴ = ۲۰۰۰$

→ تعداد کل خطوط میدان که از یک سطح می‌گذرد

* شار الکتریکی هر سطح بیان‌گر تعداد کل خطوط میدان الکتریکی عبوری از آن سطح می‌باشه



این المان سطح است.

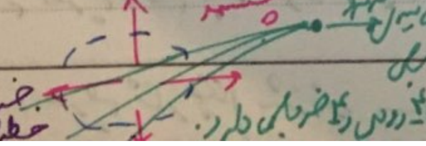
«$\phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{s}$» فرمول کلی

$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{s} = q_{in} \longrightarrow \varepsilon_0 \phi_E = q_{in}$

شار عبوری از سطح بسته فرض

بار خالص داخل سطح بسته فرض

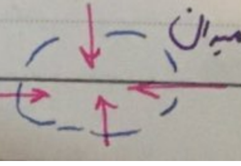
* شار هر بسته با بار آن سطح به رابطه مستقیم دارد / علامت بار و شار همیشه یکی باشه.



$\phi_E > 0$ خروج خطوط میدان از سطح بسته

چشمه

چون هر دو رو ضرب داخلی دارد.



حباب میدان

$\phi_E < 0$ ورود خطوط میدان به سطح بسته

Subject: (مشکلات میدان به نیرو مربوط است)
Year. Month. Date. ( )

فصل ۱۹

"پتانسیل الکتریکی"

$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q_0}$ } برداری — جزئی (micro) نقطه‌ای

کار لازم برای انتقال بار دلخواه q از A به B با شتاب صفر (ج)

بار دلخواه (C)

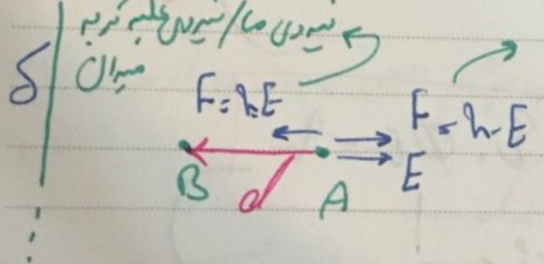
$V_{AB} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$ } نرده‌ای — کلی (Macro) با ژول

(ولت $V = J/C$) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ۲ نقطه A و B

پتانسیل الکتریکی در نقطه B و A

تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی: "کار لازم برای انتقال واحد بار مثبت از یک نقطه تا نقطه‌ی دیگر با شتاب صفر یا سرعت ثابت را اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن ۲ نقطه گویند."

مثال: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ۲ نقطه A,B را بیابید که در فاصله‌ی d از یک دیگر قرار داشته و در یک ورقه‌ی نارسانای نامتناهی باردار با چگالی سطحی یکنواخت که مطابق شکل عمود بر راستای AB قرار گرفته است.



$V_{AB} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$

$= \frac{F d \cos\theta}{q_0}$

$V_{AB} = \frac{q_0 E d \cos\theta}{q_0} = Ed \rightarrow$ $V_{AB} = \frac{\delta}{2\varepsilon_0} d$

ثابت

هرچه فاصله بیشتر شود ← اختلاف پتانسیل بیشتر

هرچه چگالی بیشتر شود ← اختلاف پتانسیل بیشتر

P4PCO

Scanned by CamScanner

"نکات"

* از فرمول $V_{AB}=E.d$ در میدان های یکنواخت می توان استفاده کرد **فقط**

* اختلاف پتانسیل: خازن مسطح ← $V_{AB}=Ed$ چون میدان یکنواخت است
خازن کروی-استوانه ای ← نمی توان از $V_{AB}=Ed$ استفاده کرد.

* راستای AB باید هم جهت با میدان باشه

* طبق قانون اول نیوتن اگه به جسمی نیرو وارد شود یا ساکن می ماند یا به حرکت خود ادامه می دهد اگر نیروهای وارد برآن صفر باشه
طبق شرطی که می‌ذاریم شتاب برابر صفر به خاطر این است که تیه شود تمام نیروها برای انجام کار است نه صرف شتاب گرفتن.

* متفاوت بودن مسیر بین A و B فرقی ندارد و جواب یکسان است باید مسیر خوب انتخاب شود ← ۱- عمود بر میدان یا ۲- در راستای میدان
← که صفر شود.

← !!اختلاف پتانسیل بین ۲ نقطه منحصر به فرد بوده و به مسیر طی شده بین آن ۲ نقطه ربطی ندارد!!!

!!! کار نیروی الکتریکی بین ۲ نقطه به مسیر طی شده بستگی ندارد!!

نیروی الکتریکی ← نیروی پایستار می باشه

← اگه نیروی الکتریکی از ذره ای در مسیر رفت گرفته شود در مسیر برگشت به همان مقدار داده شود

← انرژی پتانسیل الکتریکی در ذخیره ای کنه که در برگشت پس بدهد!!

Subject:
Year. Month. Date. ( )

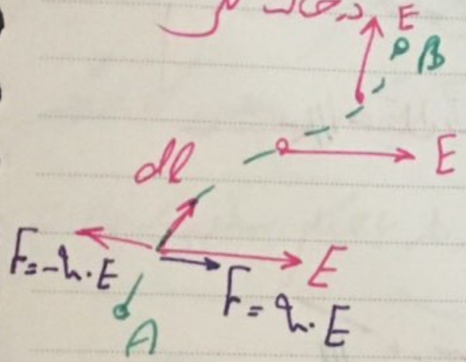
رابطه بین میدان E و اختلاف پتانسیل الکتریکی در حالت کلی:

$$V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

- V_{AB}: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ۲ نقطه A و B (۳)
- $\vec{E}$: میدان الکتریکی روی مسیر دلخواه
- $d\vec{l}$: المان جابجایی

رابطه بین E و اختلاف پتانسیل در حالت کلی

* $V_{AB} = V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{-q_0\int_A^B E\,dl}{q_0}$



$$W_{AB} = \int dw = \int \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_A^B -q_0\,\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

* کار ما برای انتقال با سرعت ثابت = انرژی پتانسیل هر جسم در هر نقطه

V در نقطه B یا نقطه A به تنهایی معنایی ندارد

← انرژی پتانسیل در یک نقطه بی‌معنی است

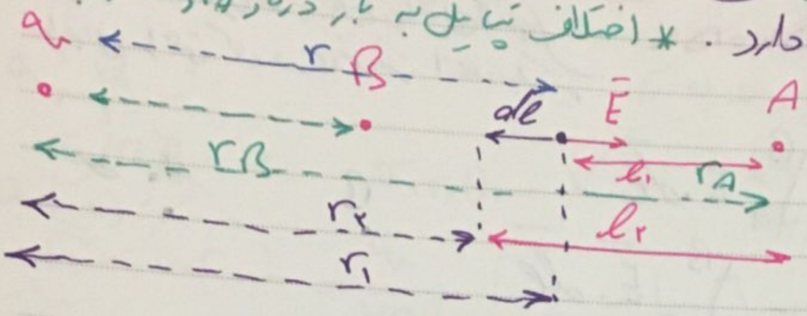
← کار در یک نقطه بی‌معنی است.

Scanned by CamScanner

چقدر کار باید انجام شود تا بار ۱c را از A تا B بتوانیم تغییر دهیم

مثال: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ۲ نقطه A و B را بدست آورید که در فواصل r_A و r_B از بار نقطه‌ای q قرار دارد.

* اختلاف پتانسیل به بار، ذره و r_A و r_B ربط دارد.



$$V_{AB} = V_B - V_A = -\int E\,dl\cos\pi = \int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dl = \frac{1\times q}{4\pi\varepsilon_0}\times\int_A^B \frac{dl}{r^2} \quad (dl=-dr)$$

$$V_{AB} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_A^B \longrightarrow V_{AB} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)$$

$\Delta r = r_2 - r_1 < 0$

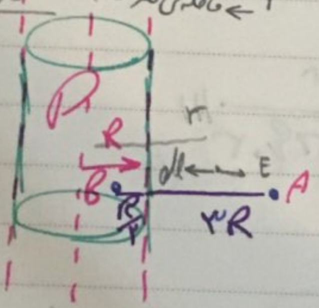
$\Delta l = l_2 - l_1 > 0$

$\Delta l = -\Delta r \xrightarrow{d} dl = -dr$

* چون مثال بار نقطه‌ای است از فرمول $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ استفاده کنیم

تمرین: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین ۲ نقطه A و B را در شکل مقابل بدست آورید

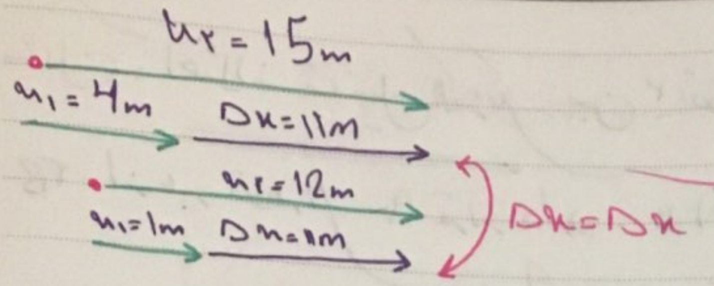
r ← فاصلهٔ نقطه تا محور استوانه



$$V_{AB} = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_A^B E\,dl\cos\pi$$

$$= \int_{3R}^{R} \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}(-dr) + \int_R^{R/2} \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}(-dr) = \dots$$

جواب در حل تمرین آخر جزوه



«انتخاب مبدا برای پتانسیل الکتریکی»

که در این درس در این کتاب مبدا پتانسیل الکتریکی را برای راحتی کار در بی‌نهایت انتخاب می‌کنیم

$$V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{l}$$

B ، A = ∞

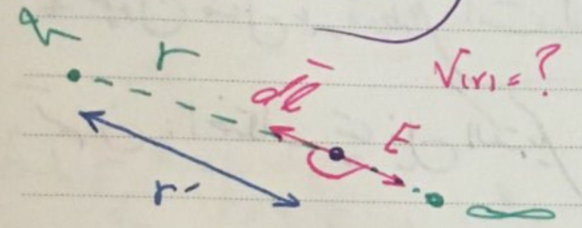
$$V_{\infty B} = V_B - V_\infty = -\int_\infty^B \bar{E}\cdot d\bar{l}$$

(V_∞ → 0)

پتانسیل الکتریکی ← $V(r) = -\int_\infty^r \bar{E}\cdot d\bar{l}$ (مبدا پتانسیل ∞)

* پتانسیل در نقطه‌ی A برابر V_{0r} یعنی اختلاف پتانسیل بین آن نقطه و بی‌نهایت (V_{0r})

مثال: پتانسیل الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در نقطه‌ای به فاصله‌ی r از آن را به دست آورید.



$$V(r) = -\int_\infty^r E\,dl\cos\pi = \int \frac{q(-dr')}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r'}\right]_\infty^r \longrightarrow \text{«}V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\text{»}$$

$\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right)$

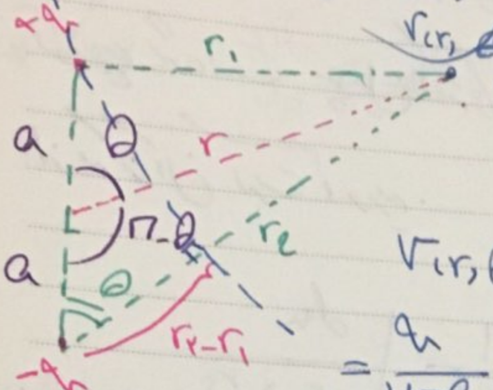
* میدان بار نقطه‌ای ← r^2 ← جهت دارد ← برداری

* پتانسیل بار نقطه‌ای ← r ← جهت ندارد ← نرده‌ای

↑ علامت بار مهم است نباید قدر مطلق گذاشت

$*(1+\varepsilon)^n = 1+n\varepsilon + \frac{n(n-1)}{2}\varepsilon^2 + \cdots = 1+n\varepsilon$

مثال: پتانسیل الکتریکی حاصل از یک دو قطبی الکتریکی را در نواحی بسیار دور از آن بر حسب مختصات قطبی بدست آورید؟



$r \gg a$

(راه دوم) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2-r_1}{r_1 r_2}\right) = \frac{q\,2a\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$V(r,\theta) = V_1 + V_2 = \frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \Rightarrow \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(r^2+a^2-2ar\cos\theta)^{1/2}} - \frac{1}{(r^2+a^2-2ar\cos(\pi-\theta))^{1/2}}\right]$$

$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r(1+\frac{a^2}{r^2}-\frac{2a}{r}\cos\theta)^{1/2}} - \frac{1}{r(1+\frac{a^2}{r^2}+\frac{2a}{r}\cos\theta)^{1/2}}\right]$$

$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\left(1+\frac{a^2}{r^2}-\frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{-1/2} - \left(1+\frac{a^2}{r^2}+\frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{-1/2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[1+\left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\frac{a^2}{r^2}-\frac{2a}{r}\cos\theta\right) - \left(1\left(-\tfrac{1}{2}\right)\left(\frac{a^2}{r^2}+\frac{2a\cos\theta}{r}\right)\right)\right]$$

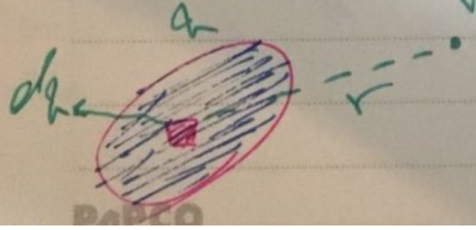
$$V(r,\theta) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\frac{2a}{r}\cos\theta\right] \quad (P)$$

$$/// \; V(r,\theta) = \frac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \; ///$$

* اگر از جملات ناچیز صرف نظر کردیم همچنین صفر شد باید دوباره چک شود.

بار گسسته بار له ← پتانسیل تک تک را بدست آورده جمع می کنیم

* بار پیوسته ← پتانسیل الکتریکی حاصل از توزیع بار های پیوسته «انتگرال گیری»

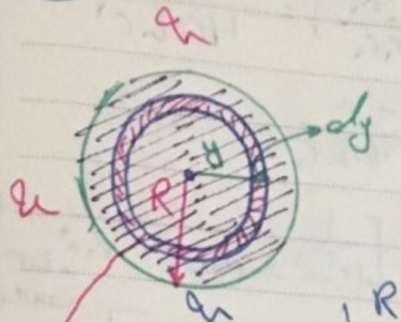


$$V = \int dV = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

مثال: بار q به طور یکنواخت به روی یک قرص نازک دایره‌ای به شعاع R توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی را در نقطه‌ای روی محور عمود بر قرص و در فاصله x از مرکز آن بدست آورید.



$$V(x)=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$

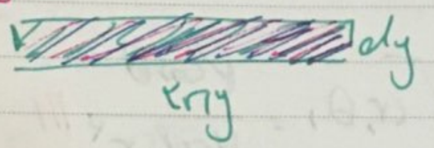
$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\int_0^R\frac{2y\,dy}{(x^2+y^2)^{1/2}}\rightarrow\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\int u^{-1/2}du=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\frac{1}{1/2}u^{1/2}$$

$$V_x=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}(x^2+y^2)^{1/2}\Big|_0^R$$

$x^2+y^2=u$
$2y\,dy=du$

$$V_x=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left[(x^2+R^2)^{1/2}-x\right]$$

بار	سطح
q	πR^2
$dq=?$	$2\pi y\,dy$



برای نقاط دور ← از x^2 فاکتور $\quad V_x=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left[x(1+\frac{R^2}{x^2})^{1/2}-x\right]$

$$V(x)=\frac{q\,x}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left[1+\frac{R^2}{2x^2}-1\right]=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی با استفاده از تابع پتانسیل الکتریکی

** $V_{AB} = -\int_A^B \bar{E} \cdot d\bar{l}$

* $E_x = -\dfrac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}$

* $E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y}$

* $E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z}$

* از تابع پتانسیل نسبت به هر متغیر مشتق بگیریم و در منفی ضرب می‌کنیم مؤلفه‌ی میدان را در آن راستا بدست می‌آوریم و در مختصات دکارتی.

مثال: میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q را با استفاده از تابع پتانسیل بار نقطه‌ای بدست آورید. (در این مثال بهتر است که در مختصات قطبی مشتق گرفته شود.)

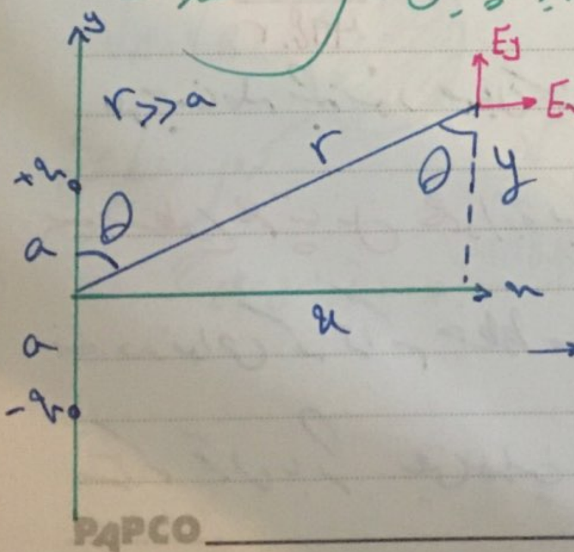
$V(r) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, $E(r) = -\dfrac{dV}{dr} = -\dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)$

$= \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{1}{r}\right) = \dfrac{+q}{4\pi\varepsilon_0}\left(+\dfrac{1}{r^2}\right) \longrightarrow E_r = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

E_r ← میدان بار نقطه‌ای فقط در راستای شعاعی دارد و در راستای مماسی میدان ندارد.

مثال: مؤلفه‌های میدان الکتریکی حاصل از یک دوقطبی الکتریکی را در نواحی بسیار دور از آن با استفاده از تابع پتانسیل دوقطبی در نواحی بسیار دور بدست آورید.

← نتیجه‌ی بدست آمده از این مشتق برای مختصات دکارت است زیرا پتانسیل برای نقطه دور است.



$V(r,\theta) = \dfrac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\longrightarrow V(x,y) = \dfrac{Py}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{3/2}} = \dfrac{Py}{4\pi\varepsilon_0}(x^2+y^2)^{-3/2}$

$\rightarrow E_x = \dfrac{-\partial V}{\partial x} = \dfrac{-Py}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\tfrac{3}{2}\right)(2x)(x^2+y^2)^{-5/2}$

$\longrightarrow E_x = \dfrac{3Pxy}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{5/2}}$

PAPCO

Scanned by CamScanner

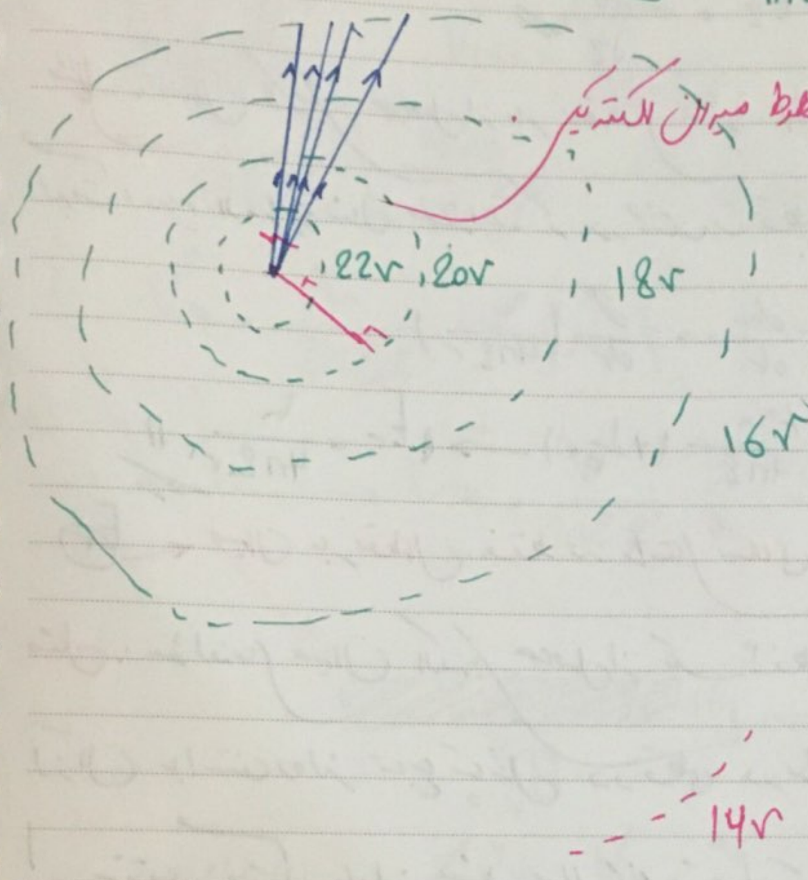
Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$E_y = \frac{-\partial V}{\partial y} = \frac{-P}{4\pi\varepsilon_0}\left[(x^2+y^2)^{-3/2} + y(-3/2)(2y)(x^2+y^2)^{-5/2}\right]$$

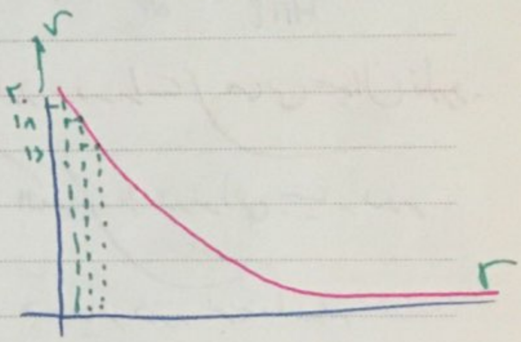
$$E_y = \frac{-P(x^2+y^2)^{-5/2}}{4\pi\varepsilon_0}\left[(x^2+y^2) - 3y^2\right]$$

$$\Rightarrow E_y = \frac{2y^2 - x^2}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+y^2)^{5/2}}$$

سطوح هم پتانسیل و ارتباط آن با خطوط میدان الکتریکی:



* فاصله ها به یک نسبت نیستند
در کره هستند و فاصله هر کره
تا بار ثابت است.



$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

هرچه فاصله بیشتر شود میدان کمتر بود. میدان کمتر می شود.

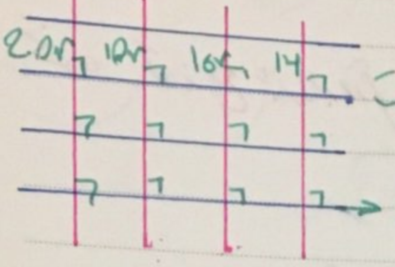
- سطوح هم پتانسیل همواره به خطوط میدان الکتریکی عمود می باشند

- در نواحی که تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر می شود سطوح هم پتانسیل "با اختلاف پتانسیل برابر" متراکم تری باشد یعنی در این نواحی خاصیت الکتریکی بیشتر است

PAPCO

Subject: سطوح هم پتانسیل

Year. Month. Date.



ورقه‌ی نازک رسانای باردار ← تولید میدان یکنواخت

چون میدان یکنواخت تولید می‌کند فاصله‌ها برابر است

سطوح هم پتانسیل ← میدان یکنواخت تولید کند ← فاصله برابر دارند.

انرژی پتانسیل الکتریکی

$$U_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$$

q_1 .... q_2 ، r_{12} ← بارهایی که حرکت نمی‌کنند و شتاب ندارند

$W = ?$ $U_{1,2} = ?$ $W = \left(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}} - 0\right) q_2$

اگر q_1, q_2 همنام $U_{1,2} > 0$

اگر q_1, q_2 غیر همنام $U_{1,2} < 0$

$E = K + U$

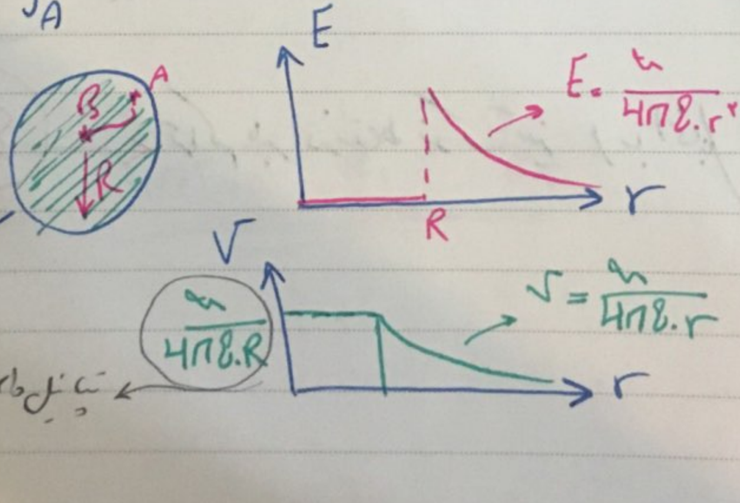
انرژی پتانسیل ۲ ذره از فاصله یکسان

هر جسمی آزاد نباشد گرفتار باشد انرژی کل آن منفی است.

$$V_{AB} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

"بررسی رساناهای باردار"

$V_A = V_B$



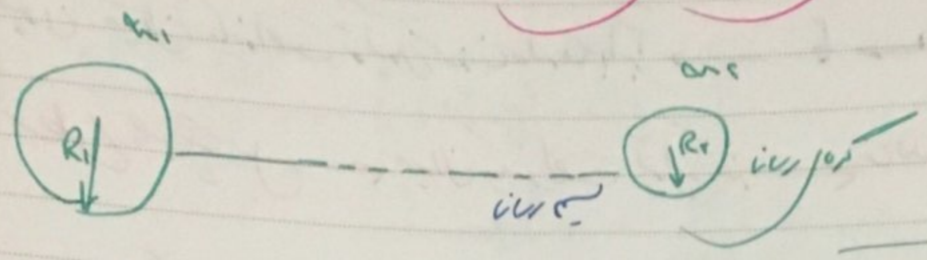
کره‌ی رسانای توپر

تمام نقاط داخل و سطح رسانای باردار هم پتانسیل می‌باشند

پتانسیل داخل سطح؟

Date. ( )

نحوه توزیع بار بر روی سطح خارجی رسانای باردار



شرط تعادل $V_1 = V_2 \longrightarrow \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$ | $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R_1}{R_2}$

$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2}$

$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi R_2^2}$

$\longrightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1 R_2^2}{q_2 R_1^2} = \frac{R_1}{R_2}\,\frac{R_2^2}{R_1^2} = \frac{R_2}{R_1}$

$\longrightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_2}}$ $\sigma \propto \frac{1}{R}$

← سیگما با معکوس شعاع رابطه مستقیم دارد.

← انحنای کره

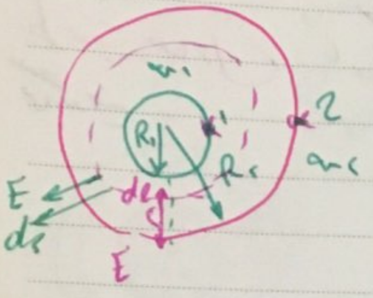
← سیگما با انحنای کره رابطه مستقیم دارد   «انحنای کره $\frac{1}{R}$»

$\sigma \propto \frac{1}{R}$ ← تراکم بار در نقاط نوک تیز (با انحنای زیاد) بیشتر می‌باشد.

Subject: مولد الکتروستاتیک

Year. Month. Date. ( )

تمرین: ۲ پوسته رسانای کروی هم‌مرکز با شعاع های R_1 و R_2 دارای بار های q_1 و q_2 می باشد اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این ۲ رسانا را بدست آورید.



راه اول: $V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

$V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

$$\Delta V = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$\varepsilon_0 \oint E\, dA \cos 0 = q \longrightarrow \varepsilon_0 E \oint dA = q \longrightarrow \varepsilon_0 E\, 4\pi r^2 = q$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

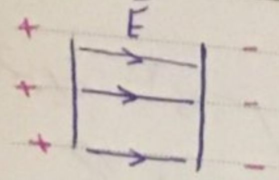
راه دوم: $V = -\int_{R_2}^{R_1} \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\int E\, d\ell \cos\pi$

$$= \int_{R_2}^{R_1} \frac{q_1(-dr)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_2}^{R_1} \frac{-dr}{r^2}$$

$$= \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Scanned by CamScanner

Subject.
Year.   Month.   Date.   ( )



«خازن»

را بطه مستقیم دارد

$V \propto E \propto q$

کمیت های خارجی

کمیت های خازن : q , E , V / C , d عامل ساختاری

← ظرفیت خازن به کمیت های خارجی بستگی ندارد

ظرفیت خازن : بار الکتریکی هر خازن به ازای اختلاف پتانسیل یک ولت را ظرفیت خازن می گویند

$$C = \frac{q}{V}$$

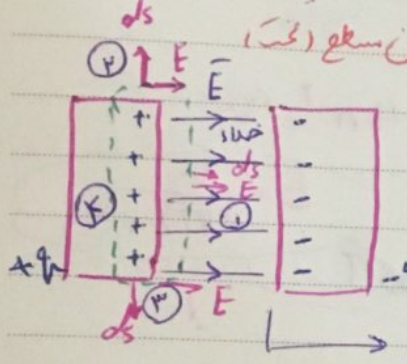
بار خازن (c)

اختلاف پتانسیل خازن (V)

← ظرفیت خازن ($F = \frac{C}{V}$) فاراد

مثال : ظرفیت یک خازن مسطح را بدست آورید که مساحت هریک از صفحات آن A فاصله صفحات آن از یکدیگر d و فضای بین صفحات آن خلاء باشد.

خازن مسطح (تخت)



میدان یکنواخت

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0 E A}{E d} = C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$\varepsilon_0 \oint E\,ds = q \rightarrow \varepsilon_0 \left[\int E\,ds \cos 0 + \int E\,ds \right] = +q$$

۲،۳،۴ و ۱

$$\varepsilon_0 E \int ds = q \rightarrow \varepsilon_0 E A = q$$

«خازن استوانه ای»

ظرفیت یک خازن استوانه ای را بدست آورید که از ۲ پوسته رسانای استوانه ای هم محور به شعاع های a , b و طول l تشکیل شده است و فضای بین رسانا ها خلاء می باشد

میدان بین خطوط یکنواخت نیست

$l \gg a,b$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{q/2\pi\varepsilon_0 l\, Ln(b/a)} \rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{Ln(b/a)}$$

$$V = -\int E\,dl = -\int E\,dl \cos\pi = \int_b^a \frac{q\,dl}{2\pi\varepsilon_0 r l}$$

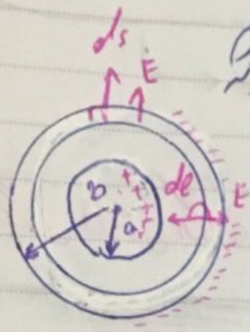
$$\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \int \frac{dl}{r} \;(dl = -dr) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l} Ln(b/a)$$

Scanned by CamScanner

$\varepsilon_0 \oint E\,ds = q \longrightarrow \varepsilon_0 \left[\underset{\text{سطح جانبی}}{\int} E\,ds \cos 0 + \underset{\text{قاعده‌ها}}{\int} E\,ds \cos\frac{\pi}{2} \right] = +q$

$\varepsilon_0 E \int ds = q \longrightarrow \varepsilon_0 E\, 2\pi r l = q \longrightarrow \boxed{E_{(r)} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l}}$

تمرین: ظرفیت یک خازن کروی را بدست آورید که از ۲ پوسته رسانای کروی هم مرکز به شعاع های a و b تشکیل شده است و فضای بین رساناها خلاء باشد.



$C = \frac{q}{V} \qquad V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

$C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{1}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}\right) \nearrow C = 4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{ab}{b-a}\right)$ جواب آخر

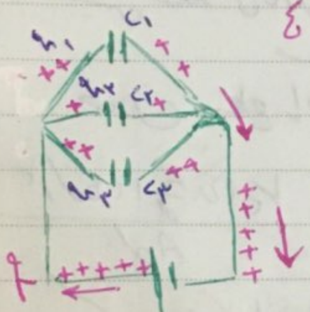
$V = -\int E\,ds \longrightarrow V = +\int E\,dl \cos\pi = \int E \cdot dl$

$= \int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dl = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{1}{r^2}\,dl \longrightarrow \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{1}{r^2}(-dr) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\Big]_b^a$

$\varepsilon_0 \int E\,ds = q \longrightarrow \varepsilon_0 E \int ds = q, \quad \int ds = 4\pi r^2$

$\longrightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

«اتصال خازن ها به همدیگر»



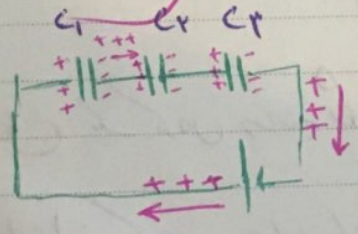
اتصال موازی:

$q = q_1 + q_2 + q_3 + \dots$

$q = C_1 V + C_2 V + C_3 V + \dots$

$\frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

ظرفیت معادل $\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots}$



اتصال سری (متوالی):

$q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots$

$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$

$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \dots$

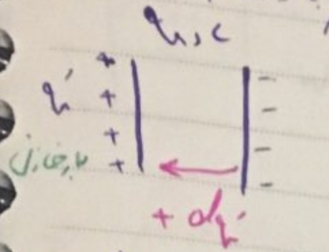
$\rightarrow \frac{V}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \longrightarrow \boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots}$ ظرفیت معادل

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$U_E = ?$ / $W = ?$ / $q_0 = 0 \to q$

q, C



$q' \to q' + dq'$

«انرژی خازن»

$$W = \int dW = \int V' dq' = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{1}{C}\int q' dq'$$

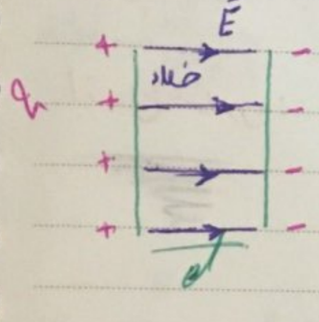
$$\frac{1}{C}\left(\frac{q^2}{2} - 0\right) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$\boxed{U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV}$$

← «انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن» (J)

چگالی انرژی الکتریکی

مثال: یک خازن مسطح که مساحت هر یک صفحات آن A، فاصله صفحات آن d و فضای بینش خلاء می باشد دارای بار q می باشد انرژی الکتریکی موجود در واحد حجم این خازن مسطح را بدست آورید.



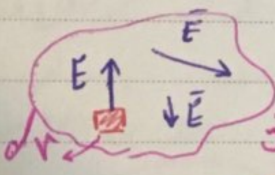
u_E: جگالی انرژی الکتریکی $\frac{J}{m^3}$ ؛ E یکنواخت

$$u_E = \frac{U_E}{V} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \frac{A}{d}\right)(Ed)^2}{Ad}$$

(V: حجم ؛ U_E: انرژی خازن)

$$= \boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

فقط جایی که میدان یکنواخت است استفاده می شود.

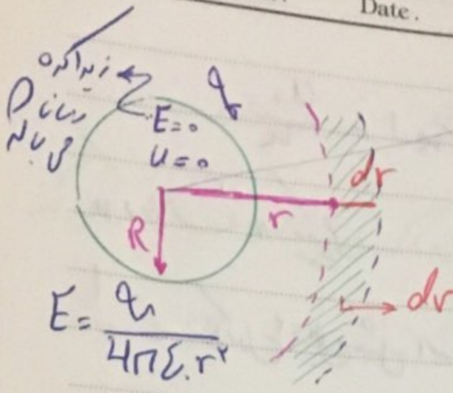


انرژی الکتریکی J: $\boxed{U_E = \int u_E \, dV}$

u_E ← جگالی انرژی الکتریکی ؛ dV ← المان حجم

مثال: یک کره ی رسانا به شعاع R دارای بار q می باشد انرژی الکتریکی موجود در فضای اطراف این کره ی رسانا را بدست آورید ← میدان نداریم و انرژی هم نیست

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$U_E=\int u_E\, dv$$

$$=\int \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2\, dr$$

$$U_E=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{dr}{r^2}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{\infty}-\left(-\frac{1}{R}\right)\right)$$

$$\boxed{U_E=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}}$$

مثال: در مثال قبل شعاع کره ای را بدست آورید که ۵۰٪ انرژی کل داخل آن قرار گرفته است

$$\frac{1}{2}\times\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}=U_E \longrightarrow \text{نصف انرژی کل} \longrightarrow \frac{1}{2}\times\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{x}+\frac{1}{R}\right)$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2R}=-\frac{1}{x}+\frac{1}{R}\longrightarrow \frac{1}{x}=-\frac{1}{2R}+\frac{1}{R}=\frac{1}{2R}\longrightarrow \boxed{x=2R}$$

مثال: ظرفیت یک کره رسانا منزوی به شعاع R را بدست آورید.

راه اول:

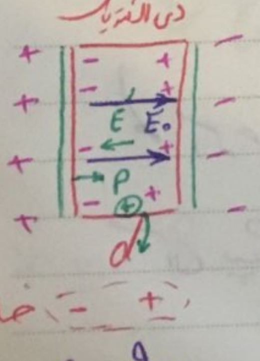
$$U_E=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\longrightarrow \frac{q^2}{2C}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}\longrightarrow C=4\pi\varepsilon_0 R$$

راه دوم:

$$C=\frac{q}{V}=\frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}-0}\longrightarrow C=4\pi\varepsilon_0 R$$

خازن های دارای دی الکتریک / خازن

قرار دادن دی الکتریک ← بعد از جدا کردن خازن از منبع



q_0
E_0
V_0
C_0
U_0

$$E=E_0-E' \qquad \boxed{E=\frac{E_0}{k}}$$

ثابت دی الکتریک — $k>1$

برای خلا $k=1$ می باشد

$$q=q_0$$

$$V_0=Ed\longrightarrow V=Ed=\frac{E_0}{k}d=V_0/k$$

$$C=q/V=\frac{q_0}{V_0/k}=k\frac{q_0}{V_0}=\boxed{kC_0}$$

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

کار انجام شده توسط خازن روی دی الکتریک

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} (K C_0) \left(\frac{V_0}{K}\right)^2 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 \left(\frac{1}{K}\right) = \frac{U_0}{K}$$

$$W = U_0 - \frac{U_0}{K} \longrightarrow W_0 = U_0 \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

«نکات» تکمیلی

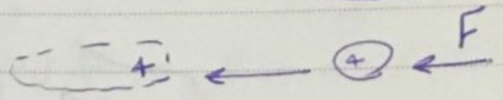
← مولکول دوقطبی مثل آب در داخل یک خازن یک میدان مخالف تولید می‌کند (مرکز مثبت و منفی روی هم نیست)

← اگر یک دی الکتریک داخل یک خازن بیاوریم که به باتری وصل نیست

میدان داخل آن خازن کمتر می‌شود به خاطر وجود عایق

همواره $E < E_0$ همواره $K > 1$

← اگر دی الکتریک مرکز مثبت و منفی روی هم قرار داشت



نیروی میدان نمی‌تواند روی مرکز آن که + است تاثیر بگذارد ولی بر روی الکترون که دور مدار آن حرکت می‌کنند تاثیر می‌گذارد

← قرار دادن دی الکتریک در خازن در حالی که خازن به منبع وصل است

(+ -) ← C، داره اضافه می‌شود ← انرژی خازن کم می‌شود ← انرژی کمتر

$$\left(U = \frac{1}{K} U_0\right)$$

← اگر خازن را به باتری وصل کنیم در نتیجه میل به گرفتن الکترون آن بیشتر می‌شود اول ۳ تا بار گرفت ولی الآن بیشتری گیرد.

$V=V_0$ ← باتری با فرستادن بار همیشه ولتاژ را ثابت نگه می دارد

$E=E_0$ ← تا میزان می خواهد کاهش یابد این بارها که فرستاده شده جبران می کنه

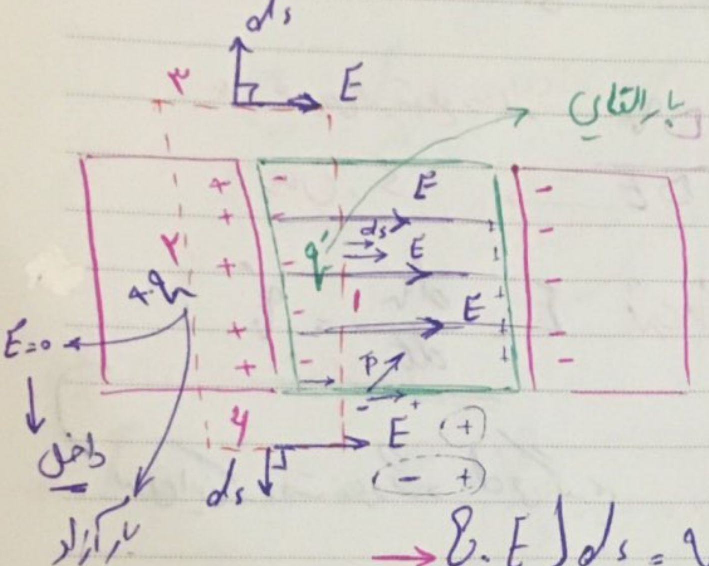
$C=kC_0$

$q = CV = kC_0V = kq_0$

$U = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2}(kq_0)(V_0) = kU_0$

اثبات حرف بالا

قانون گاوس در دی الکتریک



$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = q$

$\varepsilon_0 \left[\int_1 E\,ds\cos 0 + \int \vec{E}\cdot d\vec{s}\right] = q-q'$

$0 \leftarrow 2,3,4,5,6$ صفر شد

$\to \varepsilon_0 E\int ds = q-q' \to \varepsilon_0 EA = q-q'$

$\frac{\varepsilon_0 E_0 A}{k} = q-q' \to \frac{q}{k} = q-q' \to q' = q\left(1-\frac{1}{k}\right)$

$q' < q$ همواره

$k\varepsilon_0 \oint \vec{E}\,d\vec{s} = q$

ثابت دی الکتریک ← k ، q → بار آزاد

Very imp

در خلاء اگر همین کاری کردیم مثل قبل اگر محیط کون را فقط کنار ε_0 ضریب k که ثابت دی الکتریک است قرار می دهیم.

Subject:
Year. Month. Date. ( )

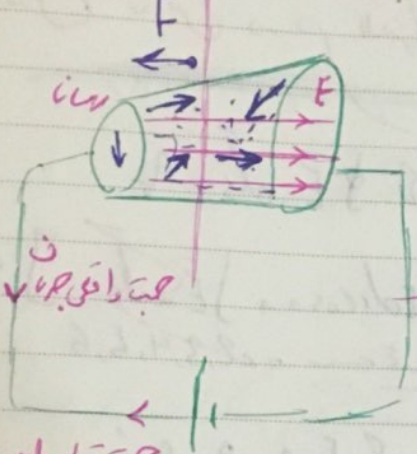
جریان و مقاومت

مقاومت ← جنس رسانا / طول داشته باشه / مساحت مقطع داشته باشه / یکنواخت نباشه مشکل ندارد

← در داخل رسانا پر از الکترون های رسانایی است و حرکت آن ها کاتوره‌ای است

← دیگر در مدار جریان خالص نمی تواند وجود داشته باشه

کمیت مقاومت ← mac / mic



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq ← بار عبوری از مقطع رسانا

Δt ← زمان، s

$$I = \frac{dq}{dt} = q'$$

برای این که دقت زیاد شود d می گیریم

جریان ← نرده‌ای

* اگر برای یک کمیت یک عدد بگوییم mac است

← اگر کمیتی قابل اندازه گیری باشه mac است

کمیت های رسانا (مقاومت)

mic	mac
$\vec{J}$	I
$\vec{E}$	V
ρ	R

$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$

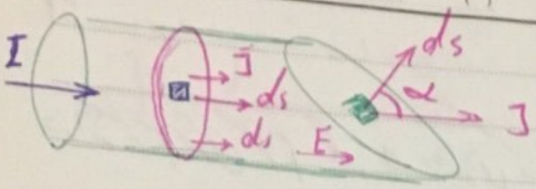
$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

اگر یک از کمیت جزئی انتگرال بگیریم به کمیت کل می رسیم

21

Subject.
Year. Month. Date.

چگالی جریان



$$I = \int \bar{J} \cdot d\bar{s}$$

جریان جزئی را نشان می دهد ← mic

شرط:
- قابل اندازه گیری می باشد
- جریان روی سطح مقطع یکنواخت توزیع شده باشد

$$J = \frac{I}{A}$$

I → جریان (A)

A → مساحت سطح مقطع رسانا (m^2)

J → چگالی جریان ($\frac{A}{m^2}$)

قانون اهم (در دمای ثابت)

* $I \propto V \longrightarrow R = \frac{V}{I}$

R ← مقاومت رسانا ($\frac{V}{A} = \Omega$)

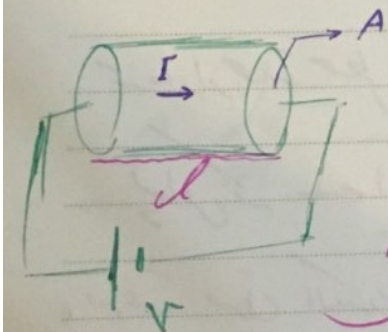
V ← اختلاف پتانسیل ولتاژ

I ← جریان رسانا

* $\bar{J} \propto \bar{E} \longrightarrow \rho = \frac{|E|}{|J|}$

ρ ← مقاومت ویژه رسانا

ρ برای یک مقاومت می توانند n تا عدد بدست آورد.

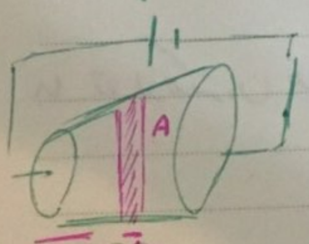


$$R = \frac{V}{I} = \frac{E\,l}{J\,A} \longrightarrow R = \rho\frac{l}{A}$$

R ← مقاومت رسانا (Ω)

ρ ← مقاومت ویژه رسانا (Ωm)

شرط ← رسانا یکنواخت باشد / مساحت سطح مقطع آن یکی باشد



$$R = \int dR = \int \rho \frac{dx}{A}$$

ρ دیگر جنس ثابت باشد
جولی انتگرال خط می گیرد.

PAPCO

Subject: Year. Month. Date. ( )

اثر دما بر مقاومت رسانا

در اثر گرم شدن گرم l و A تغییر می کنند زیرا مولکول ها می خواهند از یکدیگر فاصله بگیرند

ρ عوض می شود به معنی این است که رفتار مولکول ها تغییر خواهند کرد

← رفتار متفاوتی نسبت به قبل از خود نشان می دهند

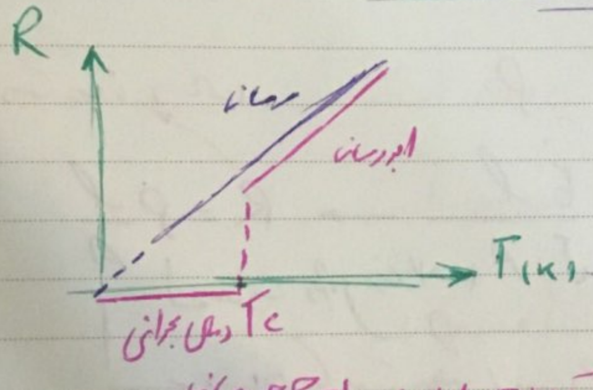
← وقتی مولکول ها با ثبات حرکت می کنند تغییر می کنند

← تقریباً l, A ثابت است در مقابل ρ خیلی تغییر جزئی دارند

$$(\rho = \rho_0 (1+\alpha \Delta T)) \times \frac{l}{A}$$

- ΔT: تغییر دما (K)
- α: ضریب دمایی مقاومت ویژه $(\frac{1}{K})$
- ρ: مقاومت ویژه در دمای نهایی (Ωm)
- ρ_0: 〃 〃 در دمای اولیه (Ωm)

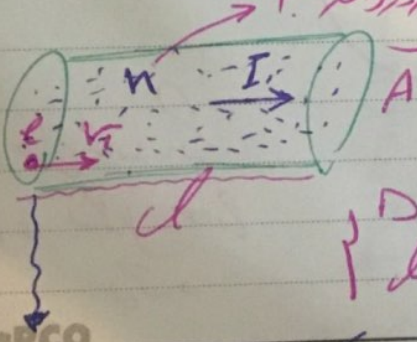
$$\rightarrow R = R_0 (1+\alpha \Delta T)$$



بعضی رسانا ها وقتی به دمای بحرانی می رسند ناگهان از حالت خطی به شکسته انتقال پیدا می کنند ← ابررسانا

تعداد حامل بار در واحد حجم رسانا

v سرعت سوق الکترونها در رسانا



n تعداد الکترون های یک رسانا در $1m^3$ وجود دارد.

$$\begin{cases} \Delta x = vt \\ l = vt \end{cases}$$

آخرین الکترون

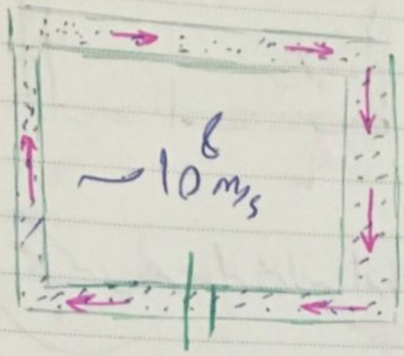
Subject: Year. Month. Date.

سرعت حرکت ← $V = 10^6\ m/s$ | سرعت سوق ← $V_d = 10^{-5}\ m/s$ ← وابسته به حرکتی وجود ندارد در واقع

$$J = \frac{I}{A} = \frac{q}{\Delta t} = \frac{nA\Delta x\, e}{\Delta t} \rightarrow J = neV_d$$

سرعت سوق

حرکت حلزونی تیل



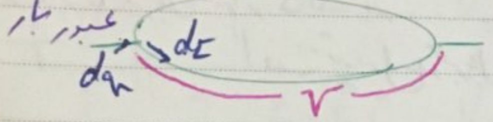
سرعت برقرار کردن میدان $10^8\ m/s$

دلیل این که برقرار کردن این که وقتی کلید روشن

در همان زمان برق برقرار می‌شود به دلیل سرعت

میدان می‌باشد که حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها هم جهت می‌شوند

توان مدار الکتریکی



P ← باید اختلاف پتانسیل وجود داشته باشد

← باید بار از داخل آن عبور کند

شرط ۲

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{V\,dq}{dt} = V.I$$

این فقط برای عمومی‌ها / کلمه / استفاده

توان مصرفی در مقاومت:

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

→ برای توان مصرفی فقط مقاومت

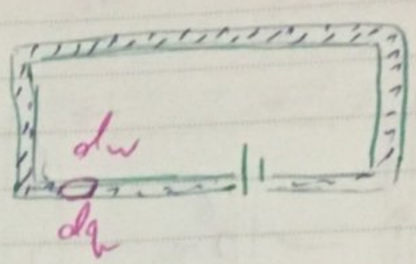
$$P = \frac{dQ}{dt} \ldots$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی محرکه الکتریکی مولد و مدار

مدار — متقاومتی — تک حلقه / چند حلقه

Rc — شارژ / دشارژ



نیروی محرکه مولد $\left(\frac{J}{C} = V\right)$

$$\mathcal{E} = \frac{dw}{dq}$$

نیروی محرکه هر مولد برابر انرژی است که مولد به واحد بار در مدار می دهد تا جریان یابد

← انرژی که به هر الکترون وارد می شود

$$V = \mathcal{E} \pm RI$$

نیروی محرکه مولد

اختلاف پتانسیل مولد

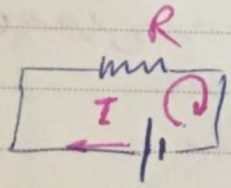
افت پتانسیل درجریان

اگر مولد با جریان مدار مخالفت کند (+)

اگر مولد با جریان مدار موافقت کند (−)

$$Ra = \frac{V}{\mathcal{E}_0} = \frac{\mathcal{E} - rI}{\mathcal{E}} = 1 - \frac{rI}{\mathcal{E}}$$

مدار متقاومتی تک حلقه:



← قانون حلقه (ولتاژها) KVL

A.B

$$V_{AB} = \int_A^{B-A} \bar{E} \cdot \bar{dl} = 0$$

حرکت از قطب مثبت به منفی ← $\mathcal{E}_0 -$

از قطب منفی به مثبت ← $\mathcal{E}_0$

$\mathcal{E}_0 - RI = 0$ + ساعتگرد

$-\mathcal{E}_0 + RI = 0$ پادساعتگرد

$$\mathcal{E}_0 = RI \longrightarrow I = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$$

Scanned by CamScanner

اگر جهت حرکت و جهت جریان یکسان باشد → $-RI$

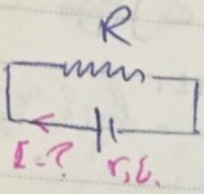
〃 〃 مخالف 〃 〃 → $+RI$

(متفاوت)

اگر جهت حرکت از قطب − به + باشد → $+\mathcal{E}$

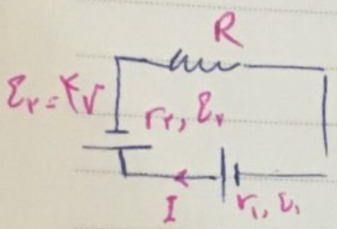
اگر 〃 〃 〃 + به − 〃 → $-\mathcal{E}$

(مولد)



$-RI - rI + \mathcal{E} = 0 \longrightarrow \mathcal{E} = (R + r)I$

$\longrightarrow I = \dfrac{\mathcal{E}}{(R + r)}$



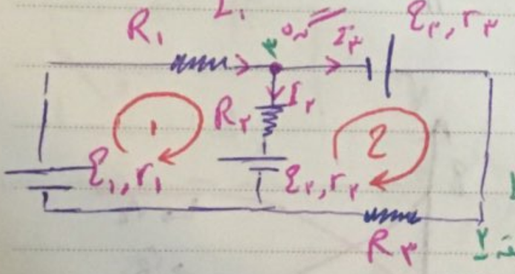
$\mathcal{E}_1 = 2V$

$V_1 = -r_1 I + \mathcal{E}_1 = \mathcal{E} - r_1 I$

$V_2 = -r_2 I - \mathcal{E}_2 = -(\mathcal{E} + r_2 I)$

$P_{\text{مولد}} = (\mathcal{E} - rI)I = \mathcal{E}I - rI^2$

توان مفید مولد ← ; توان کل مولد ← $\mathcal{E}I$; rI^2 → توان تلف شده در مولد



خلاف جهت شده

در مدار مقابل، ۲ حلقه

حلقه ۱: $+\mathcal{E}_1 - r_1 I_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 - \mathcal{E}_2 - r_2 I_2 = 0$

حلقه ۲: $+\mathcal{E}_2 + r_2 I_2 + R_2 I_2 + \mathcal{E}_3 - r_3 I_3 - R_3 I_3 = 0$

معادله گره ۳: $I_1 = I_2 + I_3$

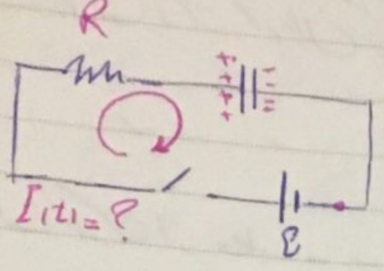
قانون گره (جریان‌ها) KCL:

مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن گره برابر است

Scanned by CamScanner

Subject: Year. Month. Date. ( )

مدار RC «شارژ خازن»



$$\mathcal{E} - \frac{q}{c} = u \;\rightarrow\; dq = -c\,du$$

$$+\mathcal{E} - RI - \frac{q}{c} = 0$$

$$\mathcal{E} - R\frac{dq}{dt} - \frac{q}{c} = 0$$

$$\mathcal{E} - \frac{q}{c} = \frac{R\,dq}{dt}$$

$$\int_0^t \frac{dt}{R} = \int_0^{q(t)} \frac{dq}{\mathcal{E} - q/c}$$

$$\frac{\int_0^t dt}{R} = \int \frac{-c\,du}{u} = -c\int\frac{du}{u}$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln(\mathcal{E} - q/c)\Big|_0^{q(t)} = \ln\left(\mathcal{E} - \frac{q(t)}{c}\right) - \ln\mathcal{E}$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln\left(\frac{\mathcal{E} - q(t)/c}{\mathcal{E}}\right)$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln\left(1 - \frac{q(t)}{\mathcal{E}c}\right) \longrightarrow e^{-t/RC} = 1 - \frac{q(t)}{\mathcal{E}c}$$

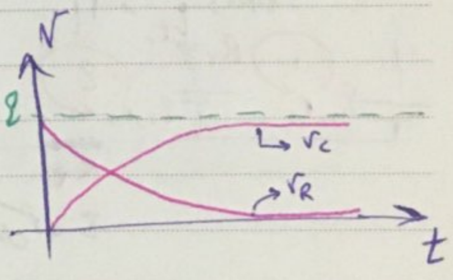
$$q(t) = \mathcal{E}c\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

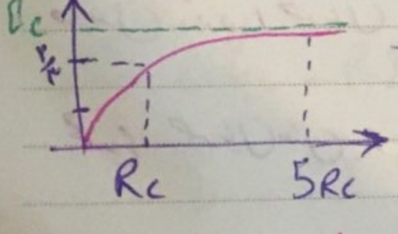
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \mathcal{E}c\left(0 - \left(\frac{-1}{RC}\right)e^{-t/RC}\right)$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$

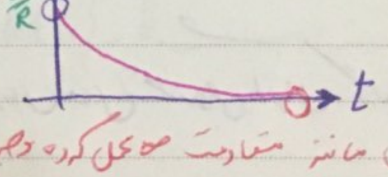
$$V_R(t) = RI(t) = \mathcal{E}e^{-t/RC}$$

$$V_c(t) = \frac{q(t)}{c} = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$





در لحظه t=0 خازن مانند اتصال کوتاه (سیم بدون مقاومت) ایده‌آل عمل کرده و جریان را بدون افت از خود عبور می‌دهد



در لحظه t خازن مانند مقاومت صفر عمل کرده و جریان را از خود عبور می‌دهد

$\tau_c = RC$ ثابت زمانی مدار RC

مدت زمان لازم برای پر شدن خازن

$5RC \rightarrow 5 \times 400 \times 400 \times 10^{-6}$ ← این مدار ۰.۸ ثانیه طول می‌کشد خازن ما پر شود

"نکات تکمیلی"

1 ← برای پر کردن خازن باید یک مقاومت با آن سری کنیم

$\frac{q_0}{R}$ ← اگر مقاومت نگذاریم و با خازن سری نکنیم R به صفر میل می‌کند و کسر به سمت بی‌نهایت میل می‌کند در نتیجه باعث جرقه در مدار می‌شود.

1 ← اگر در مدار زمان یک RC طی شود تقریباً $\frac{2}{3}$ خازن پر می‌شود

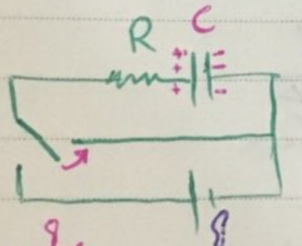
1 ← 5RC زمان لازم برای پر شدن کامل خازن

1 ← از q_0 که به εC میل می‌کند صرف نظر می‌کنیم

1 ← هرچه مقاومت کمتر باشد خازن زودتر پر می‌شود

1 ← اگر R خیلی کوچک باشد نیز مشکل به وجود می‌آید. R → میل می‌کند.

"دشارژ یا تخلیه خازن"



$q_0 = \varepsilon C$

$$\varepsilon - RI - \frac{q}{C} = 0$$

$$-R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \longrightarrow \int_{q_0=\varepsilon C}^{q(t)} \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{dt}{RC}$$

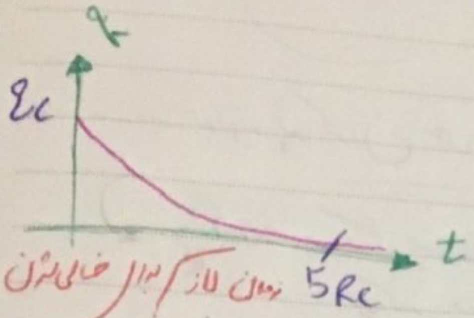
$$\ln q(t) - \ln(\varepsilon C) = -t/RC \longrightarrow \ln\frac{q(t)}{\varepsilon C} = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q(t)}{\varepsilon C} = e^{-t/RC} \longrightarrow \text{"} q(t) = \varepsilon C e^{-t/RC} \text{"}$$

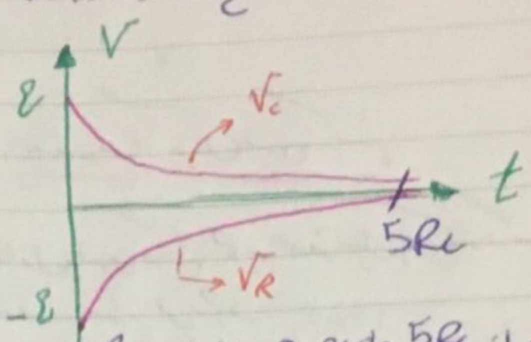
$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \varepsilon C\left(-\frac{1}{RC}\right)e^{-t/RC}$$

$$\text{"} I(t) = \frac{-\varepsilon}{R} e^{-t/RC} \text{"}$$

$$V_R(t) = R I(t) = -\mathcal{E} e^{-t/RC} \quad / \quad V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \mathcal{E} e^{-t/RC}$$

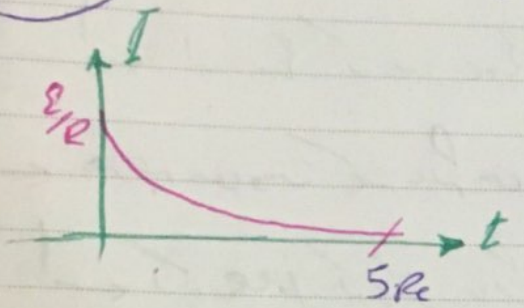


زمان لازم برای خالی شدن خازن



بعد از 5RC ولتاژ و جریان صفر می‌شود.

* هرچه مقاومتی که به خازن وصل می‌کنیم بزرگتر باشد خازن دیرتر خالی می‌شود و برعکس



دشارژ: آهنگ دادن انرژی به مدار

شارژ: آهنگ گرفتن انرژی از مدار

$$P = V_C I = \frac{dU}{dt}$$

که در این جا هم V_C داریم و هم I پس توان قابل اندازه گیری است

Subject. Year. Month. Date. ( )

مغناطیس

جسم باردار → $\vec{E}$

میدان مغناطیسی → $\vec{B}$ ← جریان های الکتریکی (بار متحرک)

* اگر آهن ربا به مقدار زیادی تقسیم شود و به اتم برسیم اتم نیز آهن ربا است چرا؟

چون اتم یک هسته دارد و الکترون به دور آن می چرخد همین چرخش الکترون باعث ایجاد میدان مغناطیسی می شود.

← تک قطب مغناطیسی وجود ندارد ولی تک بار تنها وجود دارد.

← تک قطب فقط S یا فقط N وجود ندارد. ← فقط (+) یا فقط منفی می تواند باشد

← اگر یک جسم اوربیتال پر داشته باشد دیگر خاصیت مغناطیسی ندارد

فقط اشیایی می توانند خاصیت مغناطیسی داشته باشند که اوربیتال خالی داشته باشد و فقط یک الکترون در آن اوربیتال باشد

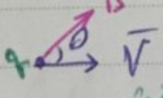
شرط لازم: الکترون منفرد داشته باشد.

شرط لازم: اتم های مختلف آن میدان همدیگر را از بین نبرد

اثر میدان مغناطیسی در:
1) بار الکتریکی متحرک
2) قطعه سیم حامل جریان
3) حلقه جریان

بار الکتریکی متحرک:

رفتار قطب N به شکل قطب (+) است



$$F = q\vec{V} \times \vec{B}$$

نیروی میدان مغناطیسی وارد بر ذره (N) ← F

بار ذره (C) علامت بار لازم است ← q (با انگشت دست تعیین شود)

سرعت ذره m/s ← $\vec{V}$

میدان مغناطیسی (T) ← $\vec{B}$

$\sin$

Subject:
Year.   Month.   Date.   ( )

علامت آن فرقی ندارد

$$F = q\vec{V} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} i & j & k \\ V_x & V_y & V_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \quad / \quad F = |q| VB \sin\theta$$

$W = 0$

* نیرو بر سرعت عمود است ← نیرو به جابجایی عمود است ← کار نیرو صفر است

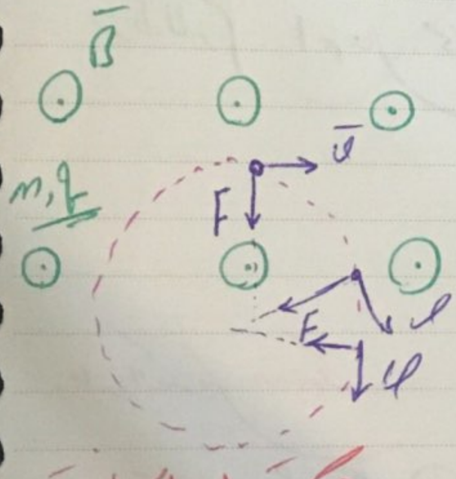
$\underline{W} = \Delta K \rightarrow \Delta K = 0 \rightarrow K =$ ثابت $\rightarrow V =$ ثابت

$\overline{F} = m\bar{a} \rightarrow \bar{a} \rightarrow$ بردار سرعت تغییر می‌کند

* نیروی مغناطیسی فقط قادر است جهت سرعت ذره‌ی باردار را تغییر دهد و هیچ گاه نمی‌تواند اندازه‌ی سرعت ذره را تغییر دهد.

مثال: بار های در حال چرخش

ذره‌ای با بار q و جرم m و سرعت v وارد میدان مغناطیسی یکنواخت B می‌شود به گونه‌ای که راستای سرعت آن بر راستای میدان عمود است مطلوب است نوع حرکت ذره و کمیت های مربوط به این حرکت



حرکت دایره‌ای یکنواخت

۴ انگشت به سمت v [illegible] نیروی بار q

$|F| = m|a|$

$|q| VB \sin\theta = \frac{mV^2}{R}$ ($\theta = 90$)

$$R = \frac{mV}{qB}$$

← شعاع حرکت

هرچه سرعت بیشتر باشد شعاع دایره بیشتر می‌شود زیرا خم کردن آن سخت تر می‌شود.

26

Subject. Year. Month. Date.

$V = R\omega \rightarrow \omega = \frac{V}{R} = \frac{qB}{m}$ → سرعت زاویه‌ای (rad/s)

$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$ → دوره (s)

$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$ → فرکانس یا بسامد (Hz)

انرژی جنبشی: $k = \frac{1}{2} m v^2$ — حل در مسائل

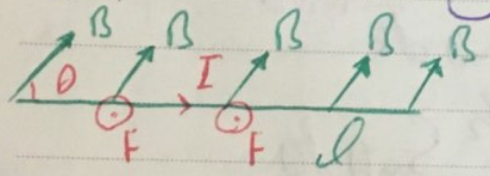
$k(ev) \longrightarrow k(J)$ $1ev = 1.6 \times 10^{-19} J$

$W = \Delta k \longrightarrow Vq = k - k_0 \longrightarrow Vq = \frac{1}{2} m v^2$

۴) اثر میدان مغناطیسی بر قطعه سیم حامل جریان

الف) اثر میدان یکنواخت بر قطعه سیم مستقیم حامل جریان

الف)

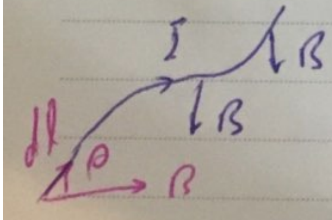


$\bar{F} = I \bar{l} \times \bar{B} = IlB \sin\theta$

بردارهایی که اندازه‌ی آن برابر طول سیم و جهت آن در جهت جریان است →

$$\bar{F} = I \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ l_x & l_y & l_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

ب)

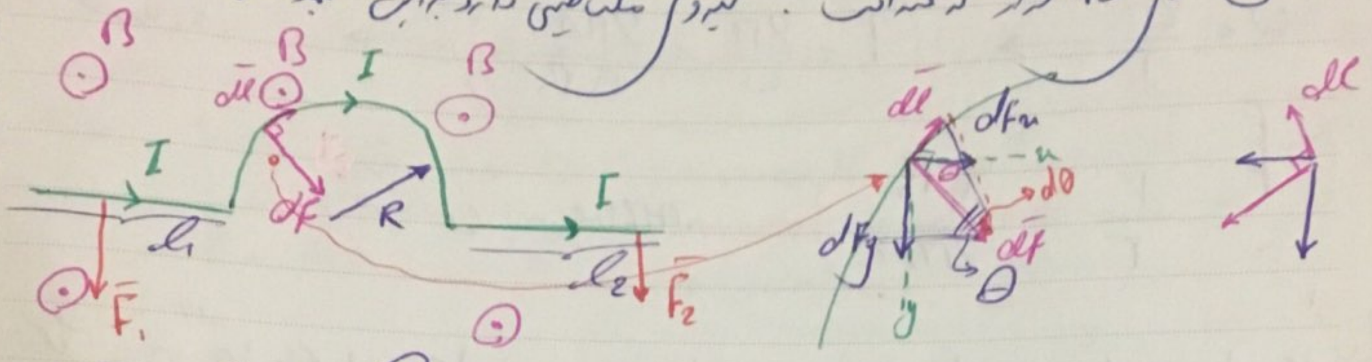


$F = \int d\bar{F} = \int I \, d\bar{l} \times \bar{B}$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: قطعه سیمی مطابق شکل حامل جریان I بوده و در میدان مغناطیسی یکنواخت
(x) عمود بر سوی B قرار گرفته است. نیروی مغناطیسی وارد بر این مجموعه را بدست آورید



$F_1 = I l_1 B \sin\theta$

$F_2 = I l_2 B \sin\theta$

$F_3 = 2IBR$ (+)

$\vec{F} = IB|l_1 + l_2 + 2R|$

$F_3 = \int d\vec{F} = \int dF_x \, \vec{i} + \int dF_y \, \vec{j}$

$\hookrightarrow F_3 = \int 2dF_y = 2\int dF \sin\theta$

$\hookrightarrow 2\int I\,dl\,B \sin 90 \sin\theta$

$\hookrightarrow 2IB\int \sin\theta \, d\vec{l}$ $\quad R\,d\theta$

$\hookrightarrow 2IB\int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta$

$2IBR(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi/2}$

$F_3 = 2IBR(-\cos\frac{\pi}{2} - (-\cos 0))$

$F_3 = 2IBR$

PAPCO

27

$\mu = -\bar{P}\cdot\bar{E}$ $\qquad$ $\bar{\tau} = \bar{P}\times\bar{E}$

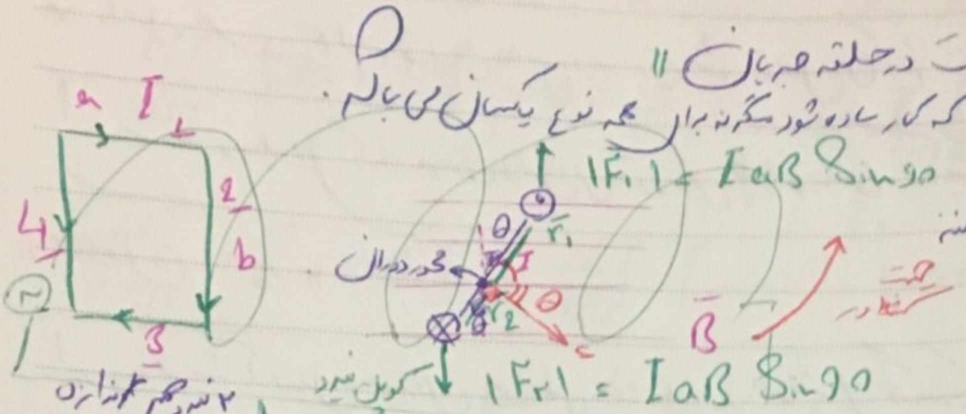
Subject. Year. Month. Date. ( )

$P \sim \mu$ $\qquad$ $E \sim B$

1

«اثر میدان مغناطیسی یکنواخت در حلقه جریان»

* برای این مستطیل می‌گیریم که کار ساده شود مگرنه برای همه نوع یکسان می‌باشد.



$|F_1| = IaB\sin 90$

$|F_2| = IaB\sin 90$

نیروی 3, 4 نه گشتاور تولید می‌کنند نه نیرو تولید می‌کنند

۲ نیرو هم اندازه
خلاف جهت

کوپل نیرو
جهت نیرو
زوج نیرو

$\bar{\tau} = \bar{r}\times\bar{F}$

$\tau = r.F.\sin\theta$

$\tau = \tau_1 + \tau_2$

$\tau = \frac{b}{2} IaB\sin\theta + \frac{b}{2} IaB\sin\theta$

$\hookrightarrow \tau = I\,ab\,B\sin\theta$

$\mu = NIA$
گشتاور دوقطبی مغناطیسی / پیچه

$\hookrightarrow \tau = NIAB\sin\theta \longrightarrow \tau = \mu B\sin\theta \longrightarrow \bar{\tau} = \bar{\mu}\times\bar{B}$

درصورتی می‌توان ضرب خارجی نوشت که μ را برداری حساب کنیم

$\bar{\mu} = \begin{cases} |\mu| = NIA \\ \text{وجهت آن عمود بر سطح حلقه طبق قاعده دست راست یعنی ۴ انگشت دست راست را در جهت چرخش جریان حلقه قرار دهیم در این صورت انگشت شست جهت را نشان می‌دهد} \end{cases}$

$\longrightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \mu_x & \mu_y & \mu_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

الکتریک: $\bar{\tau} = \bar{P}\times\bar{E}$ ، $U = -P.E$

اگر یک حلقه‌ی جریان را در میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دهیم میدان مغناطیسی، حلقه را به دوران در می‌آورد و آن را تا جایی می‌چرخاند که بردار μ با B هم جهت شود.

انرژی پتانسیل حلقه جریان در میدان مغناطیسی (U): $U = -\bar{\mu}\cdot\bar{B}$

$U = -\mu B\cos\theta = -(\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z)$

N, A, B را زیاد انتخاب می‌کنیم تا کمبود I (10^{-6}) را جبران کند و گشتاور مطلوب دهد

* حاصل یک سیم لوله قرار می دهیم و به برق شهر وصل می کنیم برای این که میدان عوض شود

← هر وسیله ای که به برق وصل می شود در جهت خود با این فرآیند کار می کند

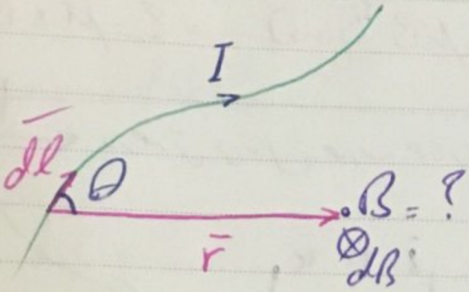
«قانون آمپر»

← به دست آوردن میدان مغناطیسی حاصل از جریان های الکتریکی مختلف

← ۱) آسان گیری (قانون بیو ساوار) (مناسب برای جریان های نامتقارن)

← ۲) قانون آمپر (مشابه قانون گاوس) (مناسب برای جریان های متقارن)

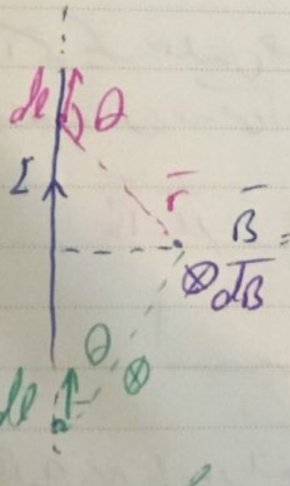
روش ۱)



$$d\vec{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \qquad / \quad dB = \frac{\mu I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

مثال) یک سیم نازک مستقیم و نامتناهی را حامل جریان I می باشد میدان مغناطیسی را در نقطه ای به فاصله R از این سیم به دست آوریم



$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int dB \quad \text{(چون همه dB هم جهت هستند)}$$

$$B = \int dB = \int \frac{\mu I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu I}{4\pi} \int \frac{dx \sin\theta}{x^2 + R^2}$$

← مهم است که همه را به صورت x ← θ تبدیل شود

← x و θ متغیر و R ثابت است

برای تبدیل انتگرال برداری به اسکالر dB ها هم جهت باشند تا بتوان نرده ای انتگرال گرفت

28 ؟ اگر شیفت π بخت بود مقدار x را بدست آوردن و به پایین جا دارد و θ بدست می‌آید

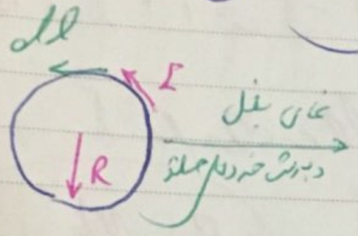
$$\text{"}\cot(\pi-\theta) = \frac{x}{R} \rightarrow x = -R\cot\theta \rightarrow dx = R(1+\cot^2\theta)\,d\theta\text{"}$$

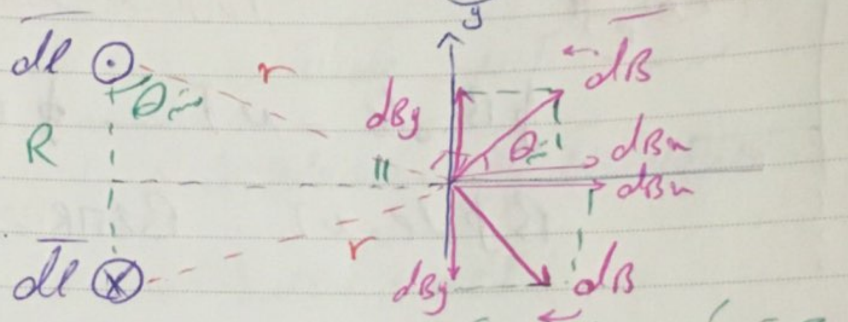
$$\hookrightarrow \frac{\mu I}{4\pi}\int \frac{R(1+\cot^2\theta)\,d\theta \sin\theta}{R^2(1+\cot^2\theta)} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta$$

$$= \frac{\mu I}{4\pi R}\left[-\cos\theta\right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[-\cos\pi - (-\cos 0)\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

مثال: یک حلقه‌ی نازک دایره‌ای به شعاع R حامل جریان I می‌باشد. میدان مغناطیسی را در نقطه‌ای روی محور تقارن حلقه و در فاصله x از مرکز آن بدست آورید.





$$\cos\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{(x^2+R^2)^{1/2}}$$

جهت‌های y نیز با هم خنثی می‌شود

$$B = \int d\vec{B} = \int dB_x\,\vec{i} + \int dB_y\,\vec{j} \Rightarrow B = \int dB_x = \frac{\mu I}{4\pi}\int \frac{dl \sin 90 \cos\theta}{r^2}$$

$$\hookrightarrow B = \int dB_x = \frac{\mu I}{4\pi}\int \frac{dl\cos\theta}{x^2+R^2} = \frac{\mu I\cos\theta}{4\pi(x^2+R^2)}\int dl$$

$\int dl = 2\pi R$ محیط حلقه — مجموع تمام المان‌ها dl

$$B = \frac{\mu_0 I R\cos\theta}{2(x^2+R^2)}$$

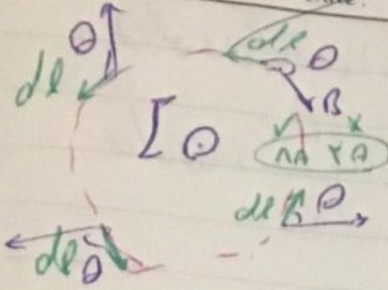
$$B_{(x)} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

* میدان در مرکز حلقه‌ی جریان ← x=0 می‌باشد

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

Subject: B قانون آمپر / مسیر آمپری — مسیر بسته
Year. Month. Date.

۴ انگشت ← جهت dl
شست ← جریان I



«قانون آمپر»

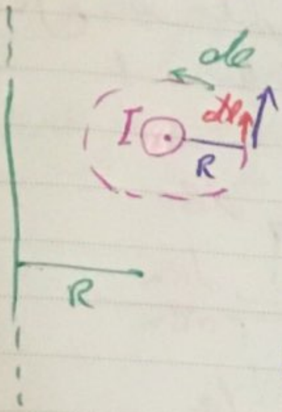
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

I ← جریان خالص عبوری از داخل مسیر بسته (داخل مسیر بسته)

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{Tm}{A}$ تراوایی مغناطیسی خلاء

B ← میدان مغناطیسی (T)

مثال: یک سیم نازک و بینهایت بلند حامل جریان I می‌باشد. میدان مغناطیسی را در نقطه‌ای به فاصله R از این سیم بدست آورید.



B عمود بر ۴ انگشت است / ۴ انگشت جهت آن تعیین

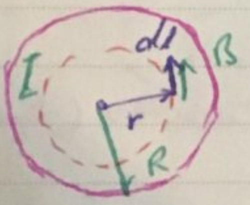
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \longrightarrow \oint B\,dl\cos\theta = \mu_0 I$$

$$B\oint dl = \mu_0 I \qquad B\,2\pi R = \mu_0 I \longrightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$$

در قانون گاوس سطح بسته است / ولی قانون آمپر مسیر بسته است
← دایره

مثال: یک سیم استوانه‌ای طویل به شعاع R حامل جریان I می‌باشد که به طور یکنواخت در مقطع آن توزیع شده است. میدان مغناطیسی را در نقاط داخل و خارج این سیم بدست آورید.

جریان	مساحت
I	πR^2
?	πr^2



$$\oint B\,dl\cos 0 = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2} \longrightarrow B\oint dl = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

$$\hookrightarrow B\,2\pi r = \frac{\mu_0 I r^2}{R^2} \qquad \boxed{B_{(r)} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad r < R}$$

PAPCO

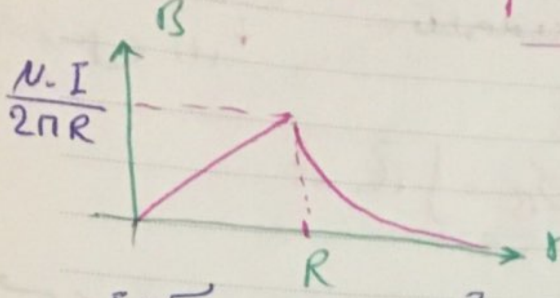
Scanned by CamScanner

29

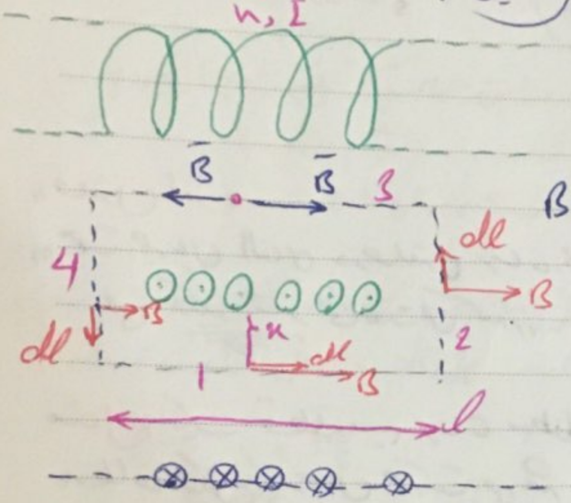
Subject: Year. Month. Date. ( )

$\oint B \cdot dl \cos 0 = \mu_0 I \longrightarrow B \oint dl = \mu_0 I$

$B\, 2\pi r = \mu_0 I \longrightarrow$ $\boxed{B_{(r)} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad r \geq R}$



مثال: میدان مغناطیسی را در نقطه داخل و خارج یک لوله‌ی طویل بدست آورید که جریان آن I و تعداد حلقه‌های آن در واحد طول n باشد.



$\oint \bar{B} \cdot \bar{dl} = \mu_0 I$

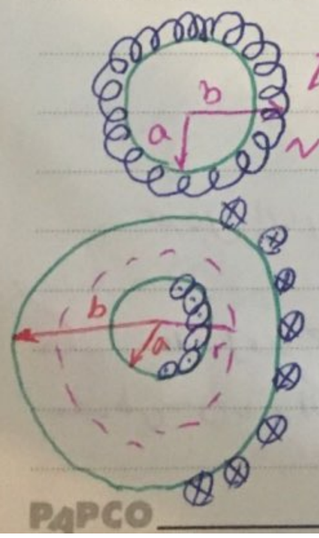
$B = 0$

$\Rightarrow \int_1 B\, dl \cos 0 + \int_{2,3,4} \bar{B} \cdot \bar{dl} = \mu_0 (n l I)$

$\Rightarrow B \int_1 dl = \mu_0 n l I$

$\rightarrow B l = \mu_0 n l I \rightarrow \boxed{B = \mu_0 n I}$

مثال: میدان مغناطیسی را در نقطه داخلی چنبره‌ای بدست آورید که مجموع کل حلقه‌های N و جریان آن I و شعاع‌های داخلی و خارجی آن a و b باشد.



$\oint B\, dl \cos 0 = \mu_0 (N I)$

$B \oint dl = \mu_0 N I$

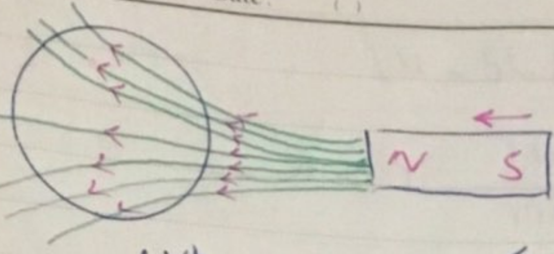
$B\, 2\pi r = \mu_0 N I$

$B_{(r)} = \dfrac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

PAPCO

Subject: Year. Month. Date. ( )

فصل ۲۶ قانون القای فارادی



$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

- $\Delta\phi$ ← تغییر شار مغناطیسی (Wb)
- N ← تعداد حلقه‌ها
- Δt ← زمان (s)
- $\bar{\varepsilon}$ ← نیروی محرکه‌ی القایی متوسط (Wb/s)

$$\phi_B = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A} \quad (Wb = Tm^2)$$

(B ← T ، A ← m^2)

$$\phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt}$$

- ε ← نیروی محرکه‌ی القایی (V)
- $\frac{d\phi}{dt}$ ← آهنگ تغییر شار مغناطیسی (Wb/s)

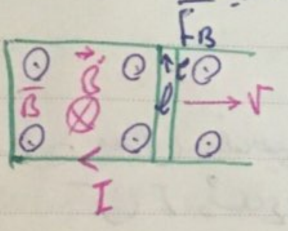
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

I ← جریان القایی

"قانون لنز"

"جهت جریان القایی در حلقه‌ی رسانا همواره به گونه‌ای است که با عامل به وجود آورنده‌اش خود یعنی تغییر شار مخالفت می‌کند"

مثال: یک قطعه سیم رسانا به طول l و با سرعت v بر روی یک رسانای U شکل مطابق شکل در حال حرکت می‌باشد و میدان مغناطیسی یکنواخت B در جهت برون سو در فضا برقرار می‌باشد. نیروی محرکه‌ی القایی بر روی قطعه سیم رسانا را به دست آورید.



$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -1 \times \frac{d(AB\cos 0)}{dt}$$

$$\varepsilon = -B\frac{dA}{dt} = -B\frac{d(lx)}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt}$$

$$|\varepsilon| = Blv$$

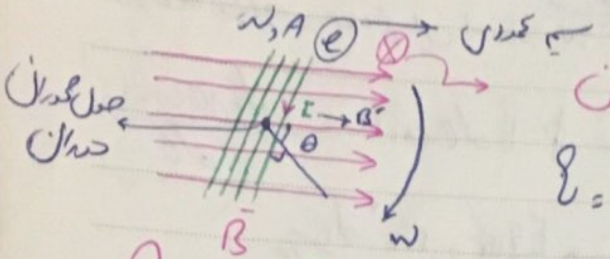
$$I = \frac{Blv}{R} \rightarrow \text{جریان القایی}$$

نکته: علت ایجاد جریان القایی و نیروی محرکه‌ی القایی در این حالت، تغییر مساحت است. نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون‌های قطعه‌های متحرک مدار می‌باشد.

PAPCO

Scanned by CamScanner

مثال: سیم پیچی که از N حلقه با مساحت A تشکیل شده است با سرعت زاویه‌ای ثابت ω حول یکی از محورهایش دوران می‌کند نیروی محرکه القایی بر روی این سیم پیچ را بدست آورید.



نیروی وارد بر الکترون

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -N\frac{d(AB\cos\theta)}{dt} \quad \rightarrow -\sin\theta$$

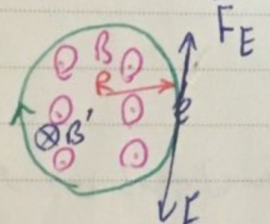
$$\theta = \omega t + \theta_0$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -NAB\frac{d(\cos\theta)}{d\theta}\times\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \underbrace{NAB\omega}_{\varepsilon_{max}}\sin(\omega t+\theta_0)$$

نکته: علت ایجاد جریان القایی و نیروی محرکه القایی در این حالت (تغییر زاویه) نیروی مغناطیسی وارد به الکترون های قطعه های متحرک مدار می‌باشد.

مثال: یک حلقه نازک دایره‌ای به شعاع R عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت بدون سوی B قرار گرفته است و اندازه‌ی این میدان با آهنگ ثابت dB/dt در حال افزایش می‌باشد نیروی محرکه القایی بر روی این حلقه را بدست آورید.



$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \varepsilon = -1\times\frac{d(AB\cos 0)}{dt}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -A\frac{dB}{dt} \rightarrow |\varepsilon| = \pi R^2\frac{dB}{dt}$$

نکته: میدان مغناطیسی متغیر با زمان میدان الکتریکی ایجاد می‌کند.

نکته: علت ایجاد جریان القایی و نیروی محرکه القایی در این حالت نیروی الکتریکی وارد به الکترون های حلقه رسانا می‌باشد.

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon = -\oint E\cdot dl$$

میدان الکتریکی القایی

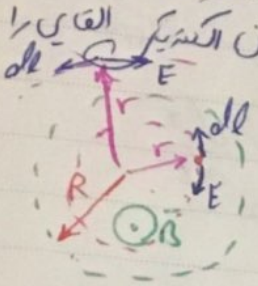
$$\oint E\cdot dl = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از داخل مسیر بسته فرضی.

PAPCO
Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: میدان مغناطیسی یکنواخت بیرون سوی B در یک ناحیه‌ی استوانه‌ای به شعاع R در فضا برقرار است و اندازه‌ی این میدان با آهنگ ثابت dB/dt در حال افزایش و یا کاهش است. میدان الکتریکی القایی را در نقاط داخل و خارج این استوانه بدست آوریم.



$$\oint \bar{E}\cdot dl = -\frac{d\Phi}{dt} \longrightarrow \oint E\,dl\cos 0 = -\frac{d(AB\cos 0)}{dt}$$

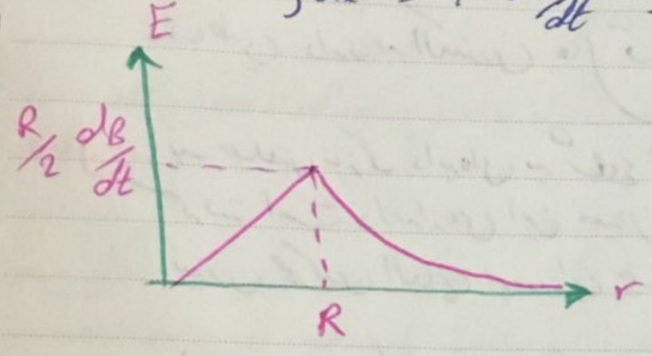
$$E\oint dl = A\frac{dB}{dt} \longrightarrow E\,2\pi r = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E(r) = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \quad | \quad r<R$$

$$\oint E\,dl\cos 0 = -\frac{d(AB\cos 0)}{dt}$$

$$E\oint dl = A\frac{dB}{dt} \longrightarrow E\,2\pi r = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E(r) = \frac{R^2}{2}\frac{dB}{dt} \quad | \quad r\geq R$$



اگر برای دو میدان ناشی از بار نقطه‌ای یا ناشی از B متغیر جهتی میدان تولید کنند $F=qE$ داریم:

$$\oint \bar{E}\cdot \bar{dl} = 0$$ $\bar{E}$ ناشی از بار (میدان پایستار)

$$\oint \bar{E}\cdot \bar{dl} \neq 0$$ $\bar{E}$ ناشی از B متغیر (میدان ناپایستار)

← نمی‌توانیم پتانسیل تعریف کنیم!

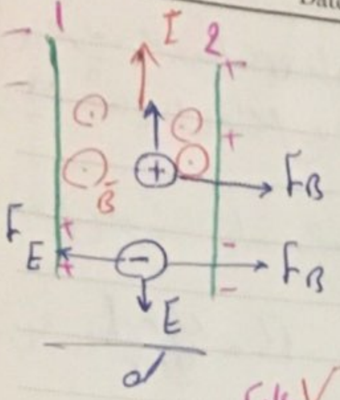
Scanned by CamScanner

Subject.
Year. Month. Date.

نیروی ⊕ حمل می‌دهد به جهت راست ⊕ و نیروی منفی حمل می‌دهد سطح را ... منفی می‌شود.

با انگشت به جهت V، کف دست میدان ← انگشت شست نیرو را نشان می‌دهد.

آزمایش هال یا اثر هال



⊕ حرکت می‌کند $V_2 > V_1$

⊖ حرکت می‌کند $V_1 > V_2$

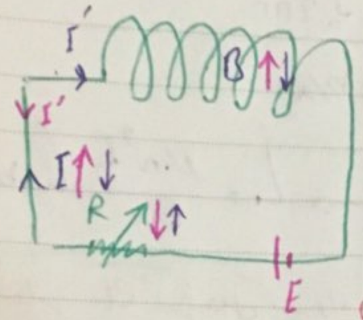
$$F_E = F_B \longrightarrow eE = eV_dB\sin\theta \longrightarrow V_d = E/B$$

سرعت سوق الکترون‌ها در رسانا

$$V_{هال} = Ed$$ (عرض ← d)

$$V_d = 10^{-5}\ m/s$$

«خود القایی یا القاییدگی»



← فقط میدان تغییر کند نه مساحت نه زاویه

← اگر I ثابت باشد I به وجود نمی‌آید

← اگر جریان زیاد شود یا کم شود مخالفت می‌کند

نیروی محرکه خودالقایی ← $\varepsilon_{خ} = -N\dfrac{d\phi_B}{dt} = -\dfrac{d(N\phi_B)}{dt}$

ضریب خودالقایی القاگر یا القاییدگی القاگر $\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt} = -\dfrac{d(LI)}{dt}$

$\left(\dfrac{V_s}{A} = H\right)$ هانری

$$N\phi_B = LI \longrightarrow L = \frac{N\phi_B}{I}$$

تعداد کل حلقه‌ها (N) / ضریب خودالقایی (L)

جریان القاگر

شار عبوری از یکی از حلقه‌ها

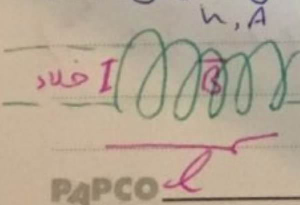
$$L = \frac{|\varepsilon_L|}{dI/dt} = \frac{|\varepsilon_L|}{1\,A/s}$$

* ضریب خودالقایی هر القاگر برابر است با اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی خودالقایی آن القاگر هنگامی که جریان عبوری از آن با آهنگ $1\,A/s$ افزایش یابد

* هرچی حلقه بیشتر باشد بیشتر است

* هرچه L بیشتر باشد ← قدرت آن بیشتر خواهد بود.

مثال: ضریب خودالقایی را برای طول l از یک سیم لوله‌ی طویل به دست آورید که مساحت هر یک از حلقه‌های آن A تعداد حلقه‌های آن در واحد طول n و فضای داخل آن خلاء می‌باشد



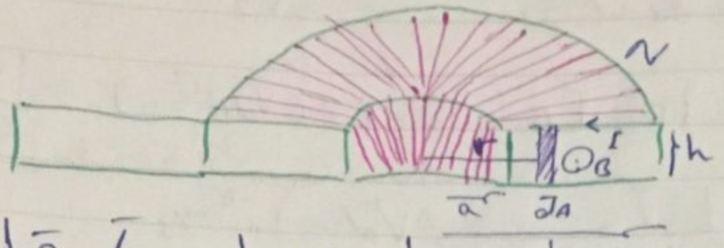
$$L = \frac{N\phi_B}{I} = \frac{(nl)(A\mu_0 nI)}{I} \longrightarrow L = \mu_0 n^2 l A$$

PAPCO

Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال: ضریب خودالقایی را برای چنبره‌ای با مقطع مستطیلی بدست آورید که تعداد کل حلقه‌های آن n شعاع‌های داخلی و خارجی آن a, b و ارتفاع آن h و فضای داخل آن خلاء باشد.

میدان غیر یکنواخت است در چنبره



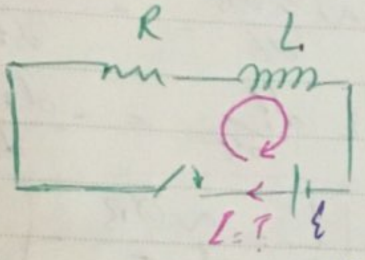
$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\, ds \frac{1}{\cos 0} \longrightarrow \Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h\, dr$$

$$\frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \longrightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln(b/a)$$

$$L = \frac{N \Phi_B}{I} = \frac{N\left(\frac{\mu_0 N I h}{2\pi} \ln(b/a)\right)}{I} \longrightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln(b/a)$$

مدار RL (در حال تخلیه (افزایش جریان))



$$+\varepsilon - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$\varepsilon - RI = L\frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon - RI = u \rightarrow -R\,dI = du$$

$$\hookrightarrow \int_0^t \frac{dt}{L} = \int_0^{I(t)} \frac{dI}{\varepsilon - RI} \longrightarrow \frac{t-0}{L} = \int \frac{-du}{Ru} = -\frac{1}{R}\int \frac{du}{u}$$

$$-\frac{t}{L/R} = \ln(\varepsilon - RI)\Big|_0^{I(t)} \longrightarrow -\frac{t}{L/R} = \ln(\varepsilon - RI) - \ln(\varepsilon)$$

$$-\frac{t}{L/R} = \ln\left(1 - \frac{RI(t)}{\varepsilon}\right) \longrightarrow e^{-t/(L/R)} = 1 - \frac{RI(t)}{\varepsilon}$$

$$\frac{RI(t)}{\varepsilon} = 1 - e^{-t/(L/R)} \longrightarrow I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/(L/R)}\right)$$

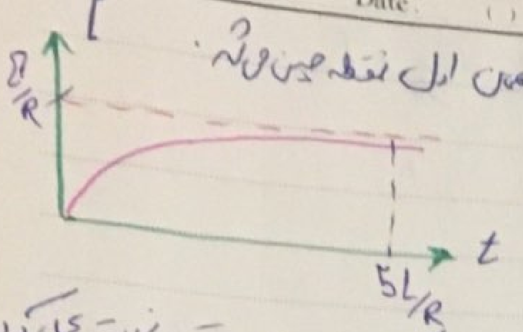
$$V_R(t) = RI(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-t/(L/R)}\right)$$

$$V_L(t) = L\frac{dI}{dt} = L \cdot \frac{\varepsilon}{R}\left(0 - \left(-\frac{R}{L}\right) e^{-t/(L/R)}\right) \longrightarrow V_L(t) = \varepsilon e^{-t/(L/R)}$$

P4PCO

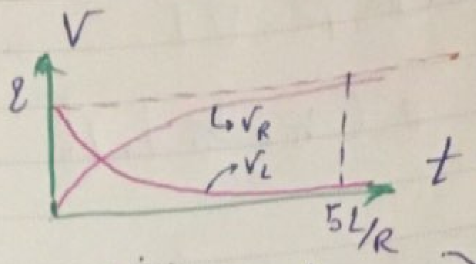
Scanned by CamScanner

Subject :
Year :   Month :   Date :   ( )



اگر القاگر نبود جریان همان اول نقطه چین میشد.

الف ←

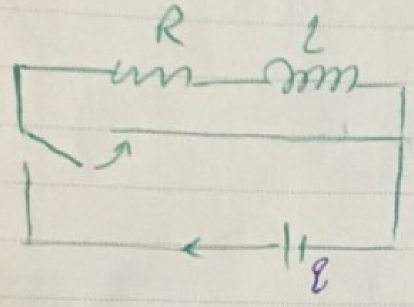


ثابت زمانی مدار RL: $\tau = L/R$ ← شبیه همان 5RC

* در لحظه $t=0$ القاگر مانند مقاومت بی‌نهایت عمل کرده و جریان عبور نمی‌دهد

* در لحظه $t=\infty$ القاگر مانند رسانای ایده‌آل عمل کرده و جریان را به خوبی عبور خواهد داد.

ب) مدار RL (قطع کلید) کاهش جریان



$$+\mathcal{E} - RI - L\frac{dI}{dt} = 0$$

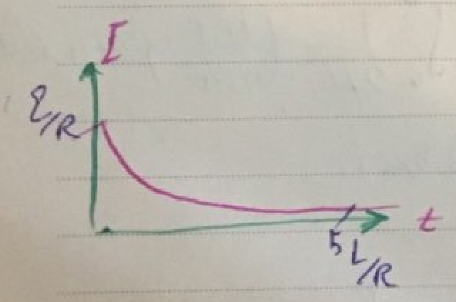
$$\mathcal{E} - RI = L\frac{dI}{dt}$$

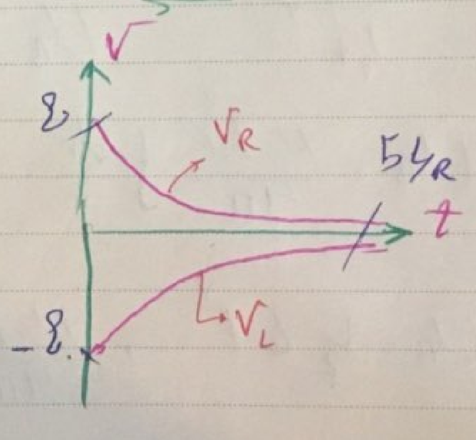
$$\hookrightarrow \int_0^t \frac{-dt}{L/R} = \int_{\mathcal{E}/R}^{I(t)} \frac{dI}{I} \longrightarrow -\frac{t}{L/R} = \ln I(t) - \ln \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$\rightarrow -\frac{t}{L/R} = \ln\left(\frac{I_t}{\mathcal{E}/R}\right) \longrightarrow e^{-\frac{t}{L/R}} = \frac{I_t}{\mathcal{E}/R} \longrightarrow I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{L/R}}$$

$$V_R(t) = R I(t) = \mathcal{E} e^{-\frac{t}{L/R}}$$

$$V_L = L\frac{dI}{dt} = L\frac{\mathcal{E}}{R}\left(-\frac{R}{L}\right) e^{-\frac{t}{L/R}} \longrightarrow V_L(t) = -\mathcal{E} e^{-\frac{t}{L/R}}$$



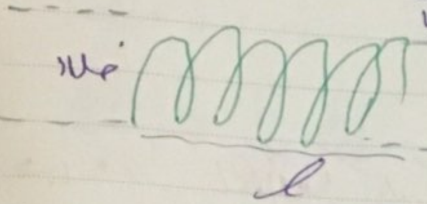


Scanned by CamScanner

توان القاگر $P = VI \longrightarrow \int \frac{dU}{dt} = \int L \frac{dI}{dt} \times I$

$U_B = \frac{1}{2} L I^2$ ⟵ انرژی القاگر

مثال: انرژی مغناطیسی موجود در واحد حجم یک سیم لوله طویل را بدست آورید که جریان آن I و مساحت هر یک از حلقه‌های آن A و تعداد حلقه‌ها در واحد طول n باشد و فضای داخل خلاء است



اگر B یکنواخت بود

$u_B = \frac{U_B}{V_{\text{حجم}}} = \frac{\frac{1}{2}(\mu_0 n^2 l A) I^2}{A l}$

$= \frac{1}{2}\frac{(\mu_0 n I)^2}{\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$ — چگالی انرژی مغناطیسی

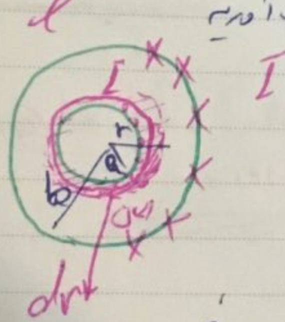
کلی:

$U_B = \int u_B \, dV$

انرژی مغناطیسی ⟵ U_B ؛ چگالی انرژی مغناطیسی ⟵ u_B ؛ dV ⟵ المان حجم

اگر میدان یکنواخت است از این انتگرال استفاده می‌شود

یک کابل هم محور از ۲ پوسته رسانای استوانه‌ای هم محور به شعاع‌های a و b و طول بسیار زیاد تشکیل شده است جریان هر یک از رساناها برابر I اما در خلاف جهت یکدیگر می‌باشد. انرژی مغناطیسی موجود در طول l از این کابل را بدست آورید



$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \longrightarrow$ در استوانه خارج آن مثل یک سیم عمل می‌کنه.

$U_B = \int \frac{1}{2\mu_0} B^2 dV = \int_a^b \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 2\pi r l \, dr$

$U_B = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int \frac{dr}{r} \longrightarrow U_B = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln(b/a)$

$U_B = \frac{1}{2} L I^2 \longrightarrow \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln(b/a) = \frac{1}{2} L I^2$

$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln(b/a)$

Scanned by CamScanner

حل تمرین

Subject:
Year. Month. Date. ( )

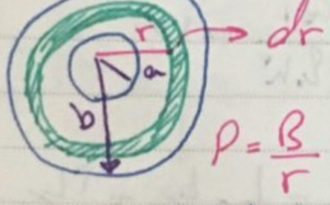
«جلسه‌ی اول»

* یک نواخت ← که تراکم بار همه‌ی جا های جسم برابر است

* غیر یک نواخت ← " " " " نیست.

* سؤال ۲۱ هالیدی: یک پوسته‌ی کروی نارسانا با شعاع درونی 4,10cm و شعاع بیرونی 9,10cm دارای باری است که به طور یکنواخت در حجم بین سطح های درونی و بیرونی آن توزیع شده است. چگالی حجمی بار ρ یعنی بار در واحد حجم دارای یکای کولن بر متر مربع است برای این پوسته $\rho = b/r$ که در آن r فاصله برحسب متر از مرکز پوسته و $b = 3,0 \mu C/m^2$ است

بار خالص موجود در پوسته چقدر است؟



اگر ρ یکنواخت باشد $q = \rho V$

$\rho = \frac{B}{r}$

$$q = \int dq = \int \rho \, dv = \int_a^b \frac{B}{r} 4\pi r^2 dr = 4\pi B \int_a^b r\, dr$$

$$q = 4\pi B\left(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}\right)$$

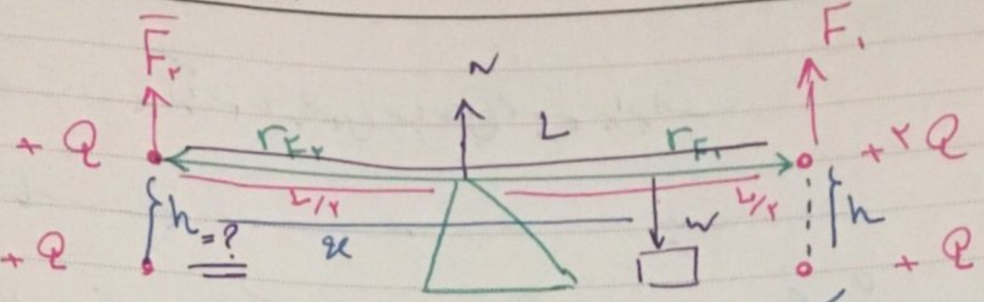
سؤال ۵۰ هالیدی: میله‌ای نارسانا بدون جرم و بلند به طول L را نشان می دهد که در مرکزش لولا شده و با قطعه‌ای با وزن W که در فاصله‌ی x از انتهای چپ قرار دارد موازنه کرده است به ۲ انتهای چپ و راست میله کره های رسانای کوچکی به ترتیب بارهای مثبت q و 2q متصل است به فاصله‌ی h مستقیماً زیر هر یک از این کره ها کره‌ای با بار مثبت Q قرار دارد الف) هنگامی که میله افقی و موازنه کرده است فاصله‌ی x چقدر است

ب) h چه مقداری باید داشته باشد تا وقتی میله افقی و در توازن است هیچ نیروی قائمی به تکیه گاه وارد نکند.

P4PCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )



$\tau = rF\sin\theta$

صفر = برآیند گشتاورها

یک جسم در حالت تعادل باشد $\Big\langle \; +\tau_{F_1} + (-\tau_{F_2}) + (-\tau_w) = 0$

$\tau_{F_1} = \tau_{F_2} + \tau_w \longrightarrow \frac{L}{2} F_1 \sin\frac{\pi}{2} = \frac{L}{2} F_2 \sin\frac{\pi}{2} + (x - \frac{L}{2}) w \sin$

$= \frac{L}{2}\left(\frac{Q(2Q)}{4\pi\varepsilon_0 h^2}\right) = \frac{L}{2}\,\frac{Q(Q)}{4\pi\varepsilon_0 h^2} + (x - L/2)w$

$F_1 + F_2 + N = w$ ($N \to 0$) $\longrightarrow \frac{Q(2Q)}{4\pi\varepsilon_0 h^2} + \frac{Q(Q)}{4\pi\varepsilon_0 h^2} = w$

$\Rightarrow L = \frac{L}{2} + (x - L/2)3 \longrightarrow 3x = L - L/2 + 3L/2$

$3x = 2L \longrightarrow x = \frac{2}{3}L$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

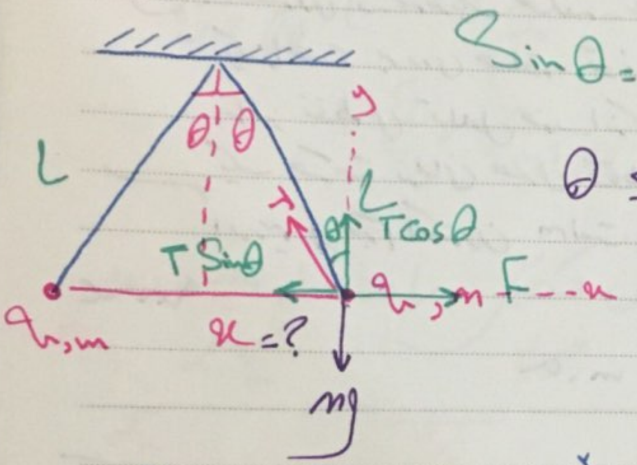
جلسه‌ی اول حل تمرین

سوال ۴۲ هالیدی: ۲ گوی رسانای کوچک با جرم یکسان m و بار یکسان q از نخ‌های نارسانا به طول L آویزان اند. فرض کنید q به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان $\tan\theta$ را با مقدار تقریباً برابر آن $\sin\theta$ جایگزین کرد.

الف) نشان دهید که $x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{1/3}$ فاصله x گوی‌ها به هنگام تعادل را بدست آورید

ب) اگر $L = 120cm$ و $m = 10g$ و $x = 5.0cm$ باشد $|q|$ چقدر است؟

$\sin\theta = \tan\theta = \theta$ ← تا ۴ درجه * برای زاویه‌های کوچک



$\theta \le 5 \rightarrow \sin\theta = \tan\theta = \theta$

$$\begin{cases} T\sin\theta = F \\ T\cos\theta = mg \end{cases} \rightarrow \tan\theta = \frac{F}{mg}$$

$$F = mg\tan\theta \rightarrow \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = mg \times \frac{x/2}{L}$$

$$\rightarrow \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 x^2} = mg\frac{x}{L} \rightarrow \frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg} = x^3$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg}}$$

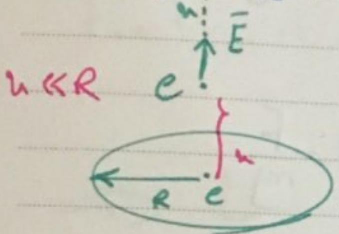
Subject:
Year. Month. Date. ( )

اگر بار هر یک از گلوله ها را با آهنگ $\frac{dq}{dt}$ کم کنیم این ۲ گلوله با چه سرعتی به هم نزدیک می شوند؟

$$V=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{q^2L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{1/3}=\frac{d}{dq}\left(\frac{q^2L}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{1/3}\frac{dq}{dt}$$

استفاده از مشتق زنجیره ای

مثال: الکترون در مرکز یک حلقه نازک دایره ای به شعاع R قرار دارد و بار مثبت q به طور یکنواخت بر روی حلقه توزیع شده است. الکترون در حال تعادل می باشد. الکترون را از نقطه ی تعادل خود اندکی در راستای محور عمودی حلقه جابجا کرده و آنرا رها کرده، سپس یک حرکت نوسانی حول نقطه ی تعادلش انجام می دهد. دوره ی نوسان الکترون را بدست آورید (جرم الکترون m است).



$q=-e$

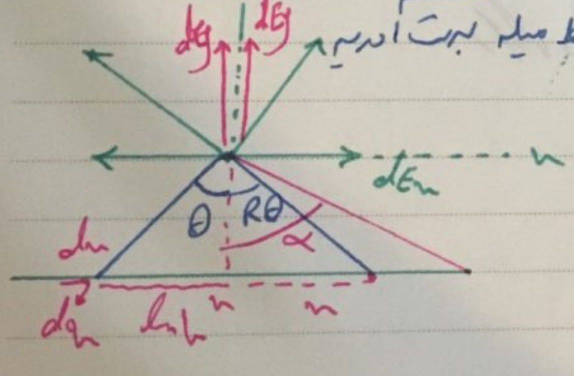
$F=q.E$

$F=m.a \longrightarrow -e.E=m.a$

$$-e\cdot\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}=m.a \longrightarrow \frac{-eqx}{4\pi\varepsilon_0 R^3}=ma \qquad T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m\,4\pi\varepsilon_0R^3}{eq}}$$

تمرین: میله ای به طول l دارای بار یکنواخت q می باشد. میدان الکتریکی را در نقطه ای روی محور منصف این میله و در فاصله ی R از وسط میله بدست آورید.



بار: q — طول: l

$dq=?$ $dx \longrightarrow dq=\frac{q\,dx}{l}$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

حدود از صفحه قبل است ✱

$$E = \int d\vec{E} = \int dE_x \,\bar{i} + \int dE_y \,\bar{j}$$

$$\rightarrow E = 2\int dE_y = 2\int dE\cos\theta = 2\int \frac{dq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)}$$

$$\tan\theta = x/R \qquad x = R\tan\theta \qquad dx = R(1+\tan^2\theta)\,d\theta$$

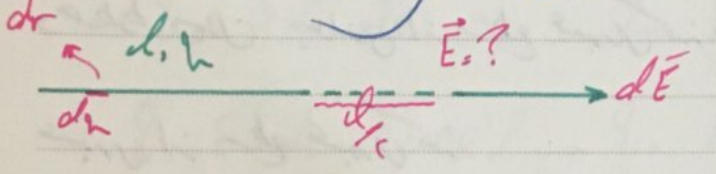
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{\frac{q}{l}dx\,\cos\theta}{x^2+R^2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\int\frac{dx\cos\theta}{x^2+R^2}$$

$$\rightarrow \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\int \frac{R(1+\tan^2\theta)\,d\theta\cos\theta}{R^2(1+\tan^2\theta)} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lR}\int\cos\theta\, d\theta$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lR}\left[\sin\theta\right]_0^{\alpha} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lR}\sin\alpha$$

$$\| \; E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 lR}\cdot\frac{l/2}{\sqrt{\frac{l^2}{4}+R^2}} \; \|$$ جواب آخر

تمرین: یک میله به طول l و بار یکنواخت q میدان الکتریکی را در امتداد میله در فاصله l/2 به دست آورید.



بار	طول
q	l
dq	dr

$$\rightarrow dq = \frac{q\,dr}{l}$$

$$E = \int dE = \int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\int\frac{dr}{r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\cdot\left[-\frac{1}{r}\right]_{l/2}^{3l/2} \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{l/2} - \frac{1}{3l/2}\right]$$

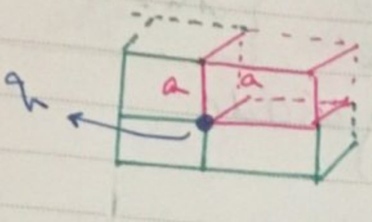
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{2}{l} - \frac{2}{3l}\right] \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\cdot\frac{4}{3l}$$

$$\rightarrow \| \; E = \frac{q}{3\pi\varepsilon_0 l^2} \; \|$$ جواب آخر

Scanned by CamScanner

قانون گاوس و شار الکتریکی

* بار نقطه‌ای q در یکی از گوشه‌های مکعبی به ضلع a قرار گرفته است شار الکتریکی عبوری از هر یک از وجه‌های این مکعب را به دست آورید:



q در گوشه‌ی مکعب قرار دارد ۳ مکعب در امتداد آن

و ۴ مکعب در جلوی آن که قبلا رسم نشد قرار دهید تا

بار q در مرکز مکعب به ضلع‌های $2a$ قرار گیرد.

فرمول شار الکتریکی:
- میدان غیر یکنواخت $\oint E.ds$
- میدان یکنواخت $|E|.|A|\cos\theta$

* ۳ وجهی که با نقطه‌ی q تماس دارد شارشان صفر است زیرا ds عمود بر میدان است

و خطوط میدان موازی از سطح عبور نمی‌کند ولی ۳ سطح دیگر صفر نیست زیرا خطوط میدان

عبوری از سطح عبور می‌کند

میدان در ۳ سطح دیگر غیر یکنواخت است زیرا فاصله‌ی آن‌ها از q برابر نیست

پس از فرمول $EA\cos\theta$ نمی‌توان استفاده کرد از قانون گاوس استفاده کنیم $q = \varepsilon_0 \Phi_E$

برای مکعب بزرگ به ضلع $2a$: $\varepsilon_0 \Phi_E = q$

شار عبوری از کل مکعب $\Phi_E = q/\varepsilon_0$

مکعب بزرگ → هر مکعب به ضلع a: $\Phi_E = \frac{1}{8}\Phi_E = \frac{1}{8} q/\varepsilon_0$

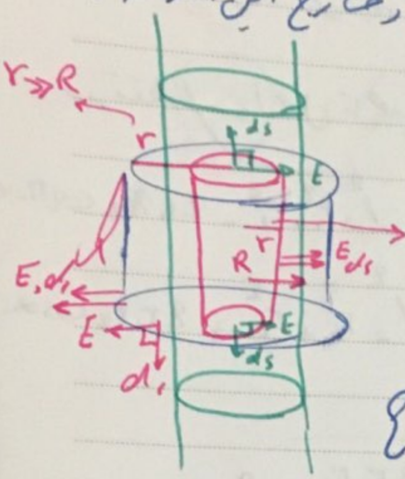
!!! $\Phi_E = \frac{1}{24} . q/\varepsilon_0$ هر وجه غیر صفر !!!

٤

Subject:
Year. Month. Date. ( )

سوال: یک استوانه‌ی طویل از عایق با شعاع R که دارای بار الکتریکی با چگالی حجمی یکنواخت ρ می‌باشد میدان الکتریکی را در نقاط داخل و خارج این استوانه را بدست آورید.

گاوس ← سطح بسته مناسب برای این پیدا کردن.



$$\varepsilon_0 \oint E \cdot ds = q$$

$$\varepsilon_0 \left[\int_{1,2} E\, ds \cos \tfrac{\pi}{2} + \int_3 E\, ds \cos 0 \right] = \rho \pi r^2 l$$

$$\varepsilon_0 E \int ds = \rho \pi r^2 l \rightarrow \varepsilon_0 E 2\pi r l = \rho \pi r^2 l$$

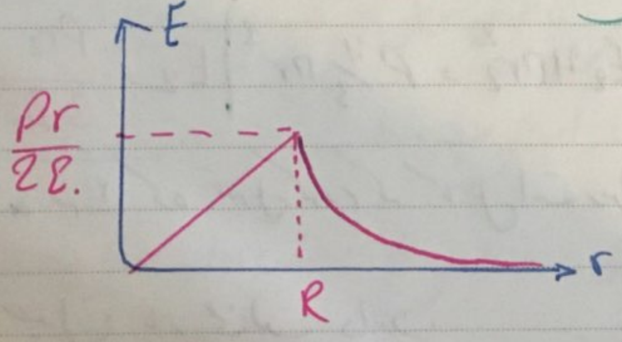
داخل $\quad E(r) = \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0} \qquad r \ll R$

$$\varepsilon_0 \oint \bar{E} \cdot \bar{ds} = q \rightarrow \varepsilon_0 \left[\int_{1,2} E \cdot ds \cos \tfrac{\pi}{2} + \int_3 E\, ds \cos 0 \right] = \rho \pi R^2 l$$

$$\varepsilon_0 E \int ds = \rho \pi R^2 l \rightarrow \varepsilon_0 E 2\pi r l = \rho R^2 \pi l$$

$$E(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} \qquad r \geq R$$

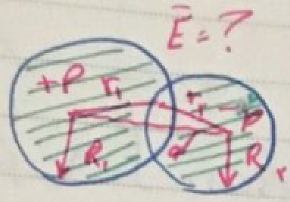
$\rho \pi r^2 l \longrightarrow$ چگالی حجمی × حجم

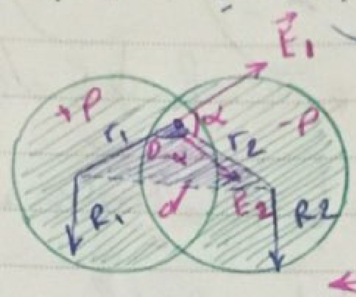


PAPCO

مثال: در شکل مقابل ۲ کره به شعاع‌های r_1 و r_2 دارای چگالی بار حجمی یکنواخت $+\rho$ و $-\rho$ می‌باشد و در قسمت مشترک آن‌ها باری وجود ندارد میدان الکتریکی را در نقطه داخل ناحیه مشترک این ۲ کره بدست آورید

داخل برهم‌نهی است ← قانون گوس

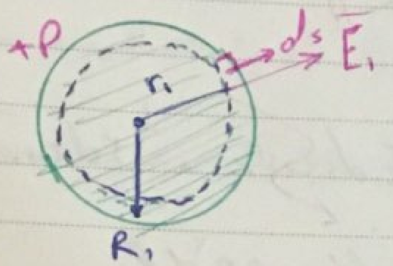


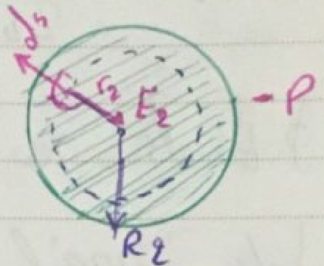


$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\pi-\alpha)$$

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} \rightsquigarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$





① * $\varepsilon_0 \oint \bar{E}_1 \cdot \bar{ds} = q \longrightarrow \varepsilon_0 \oint E_1 ds\cos\theta = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \rho$

$\varepsilon_0 E \oint ds = \frac{4}{3}\pi r_1^3\rho \longrightarrow \varepsilon_0 E_1 (4\pi r_1^2) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ $\quad E_1 = \frac{\rho r_1}{3\varepsilon_0}$

② * $\varepsilon_0 \oint \bar{E}_2 \cdot ds = q \longrightarrow \varepsilon_0 \oint E_2 ds\cos\pi = -\rho \frac{4}{3}\pi r_2^3$

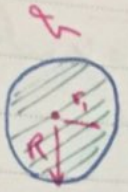
$\varepsilon_0 E_2 \oint ds = \rho \frac{4}{3}\pi r_2^3 \longrightarrow \varepsilon_0 E_2 4\pi r_2^2 = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$ $\quad E_2 = \frac{\rho r_2}{3\varepsilon_0}$

* به ۲ کره تبدیل کردیم که کامل است زیرا قسمت ناقص ۲ کره همدیگر را خنثی می‌کنند چون بار مخالف دارد.

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

سوال: بار الکتریکی q به طور یکنواخت در سراسر حجم یک کره‌ی نارسانا به شعاع R توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی را در نقطه‌ای داخل کره به دست آورید.



$V_{r} = -\int_{\infty}^{r} E . dl$

← خرد شود یک بار میدان داخل دیگر بار خارج حساب شود.

به دست آوردن پتانسیل الکتریکی اجسام باردار

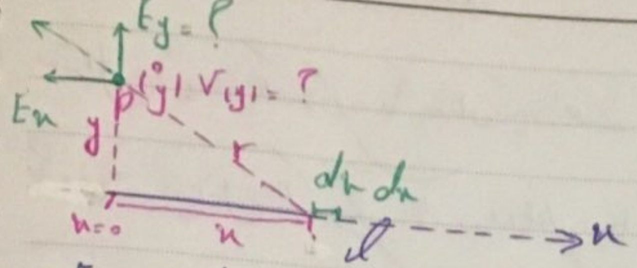
1, $V = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$ روش المان گیری — مناسب برای بارهای نامتقارن

2, $V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} . d\vec{l}$ قانون گاوس — مناسب برای بارهای متقارن

← روشی که در آن از قانون گاوس استفاده می‌شود.

تمرین: الف) میله‌ای به طول L دارای بار الکتریکی با چگالی خطی غیریکنواخت $\lambda = kx$ می‌باشد. پتانسیل الکتریکی را در نقطه‌ای به فاصله d از ابتدای میله مطابق شکل به دست آورید.

ب) مولفه‌های میدان الکتریکی را در راستای x در نقطه P با استفاده از تابع پتانسیل در نقطه P به دست آورید.



بار / طول
$\lambda = kx$ — $\frac{dq}{dx}$
$\rightarrow dq = kx\,dx$

$V(y) = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{(x^2+y^2)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \times 2}\int_0^l \frac{kx\,dx \times 2}{(x^2+y^2)^{1/2}}$

$\frac{k}{8\pi\epsilon_0}\int du\, u^{-1/2} \longrightarrow V(y) = \frac{k}{8\pi\epsilon_0}\, 2(x^2+y^2)^{1/2}\Big]_0^l$

$V(y) = \frac{k}{4\pi\epsilon_0}\left[(l^2+y^2)^{1/2} - y\right]$

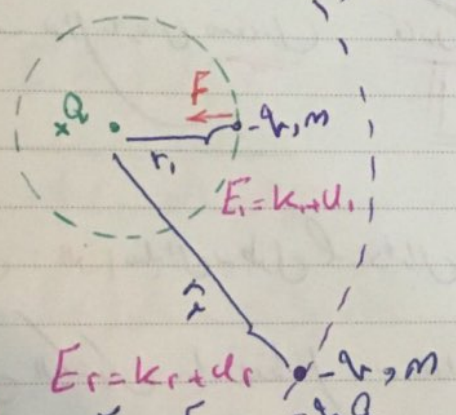
$E_y = \frac{-dV}{dy} = \frac{-k}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{2}(2y)(l^2+y^2)^{-1/2} - 1\right]$ ~~$E_x = 0$?~~ با

اشتباه می باشه زیرا V(y) پتانسیل را در x=0 پیدا کردیم

تمرین = ذره‌ای با بار مثبت Q+ در نقطه P ثابت می باشه ذره‌ی دیگری با بار q- و جرم m در حال حرکت دایره‌ای یکنواخت حول نقطه P می باشه به شعاع r_1 می باشد

چه مقدار کار توسط یک عامل خارجی باید انجام شود

*** مهم



(2) $F = ma \rightarrow \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{m v_1^2}{r_1}$

$m v_1^2 = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_1}$

$m v_2^2 = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_2}$

(4) $W = E_2 - E_1 = \frac{-qQ}{8\pi\epsilon_0 r_2} - \left(\frac{-qQ}{8\pi\epsilon_0 r_1}\right) = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

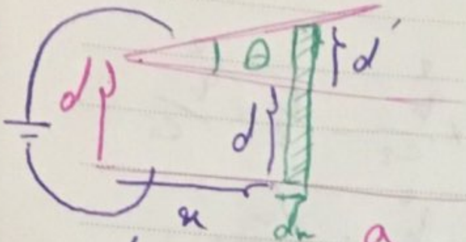
(1) $E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{(+Q)(-q)}{4\pi\epsilon_0 r_1} = \frac{1}{2}\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q(-q)}{4\pi\epsilon_0 r_1}$

$\rightarrow E_1 = \frac{1}{2}\frac{-q(Q)}{4\pi\epsilon_0 r_1}$

(3) $E_2 = \frac{-qQ}{8\pi\epsilon_0 r_2}$

Scanned by CamScanner

* ظرفیت یک خازن مسطح را بدست آورید که از دو صفحه مربعی شکل به ابعاد a که با یکدیگر موازی نبوده و زاویه بین دو صفحه θ می باشد (با فرض این که θ بسیار کوچک باشد)



$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots$$

با فرض این که θ کوچک است

$$\tan\theta = \frac{d'}{x} \rightarrow d' = x\tan\theta \simeq x\theta$$

$$d + x\theta = u \rightarrow dx = du \quad / \quad dc = \frac{\varepsilon_0 a\,dx}{d + x\theta}$$

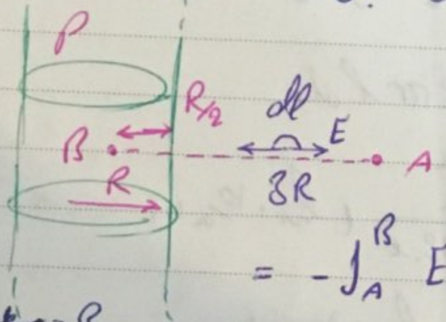
$$C = \int dc \rightarrow \int_0^a \frac{\varepsilon_0 a\,dx}{d+x\theta} \rightarrow C = \varepsilon_0 a \int_0^a \frac{dx}{d+x\theta} \qquad \frac{\frac{du}{\theta}}{u} = \varepsilon_0 a \int \frac{\frac{du}{\theta}}{u}$$

$$\hookrightarrow C = \frac{\varepsilon_0 a}{\theta} \times \left(\ln(d + x\theta)\right)\Big|_0^a \rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 a}{\theta}\left(\ln(d + a\theta) - \ln(d)\right)$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 a}{\theta} \ln\left(\frac{d+a\theta}{d}\right) = \boxed{\frac{\varepsilon_0 a}{\theta} \ln\left(1 + \frac{a\theta}{d}\right) = C}$$

جواب آخر

مثال: یک استوانه طویل و نارسانا به شعاع R دارای چگالی حجمی یکنواخت ρ می باشد اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را بدست آورید



$$V_{AB} = -\int_A^B \bar{E} \cdot d\bar{l}$$

$$= -\int_A^B E\,dl\cos\pi = \int_A^{\text{سطح استوانه}} E_{out}\,dl + \int_{\text{سطح استوانه}}^B E_{in}\,dl$$

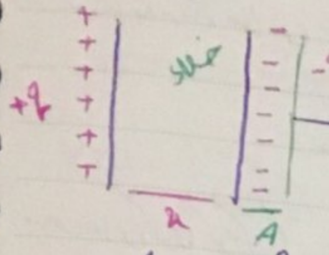
$$= \int_{A=4R}^{\text{سطح استوانه}=R} \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}(-dr) + \int_{\text{سطح استوانه}=R}^{B=R/2} \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}(-dr)$$

$$= \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \int_{4R}^{R} \frac{-dr}{r} + \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \int_R^{R/2} -r\,dr$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\left[\ln 4R - \ln R\right] + \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\frac{R^2}{2} - \left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{1}{2}\right]$$

$$\hookrightarrow \boxed{\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} \ln 4 + \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \times \frac{3R^2}{8}}$$

مثال: یک خازن مسطح که مساحت هر یک از صفحاتش A و بار آن q، فاصله بین صفحات آن x و فضای بین آن خلا می باشد. هر یک از صفحات چه نیرویی به صفحه دیگری وارد می کند.



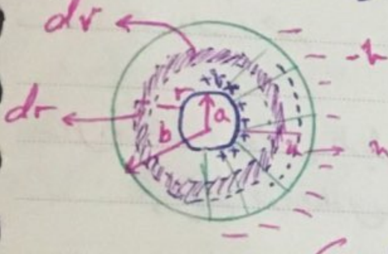
$$dW = F\,dx$$

$$dW = U_2 - U_1 \rightarrow dW = \frac{1}{2}\times\frac{q^2}{C_2} - \frac{1}{2}\times\frac{q^2}{C_1}$$

$$\hookrightarrow dW = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{x+dx}} - \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{x}}\right) \rightarrow dW = \frac{q^2}{2}\times\frac{dx}{\varepsilon_0 A}$$

$$\hookrightarrow dW = F\,dx = \frac{q^2}{2}\times\frac{dx}{\varepsilon_0 A} \rightarrow \boxed{F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 A}}$$

مثال: یک خازن استوانه ای که از ۲ پوسته رسانای استوانه ای هم محور به شعاع های a و b و طول l تشکیل شده است می باشد. شعاع استوانه ای رابطه آوریم که 50 درصد انرژی کل داخل آن قرار گرفته است.



$$U_E = \int u_E\,dv \rightarrow U_E = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\,dv$$

$$\hookrightarrow U_E = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r l}\right)^2 2\pi r l\,dr$$

$$\hookrightarrow U_E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\int_a^b \frac{dr}{r} \rightarrow U_E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\left(\ln(b/a)\right)$$

$$\hookrightarrow U_E = \frac{50}{100}\times\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln(b/a) = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln(x/a)$$

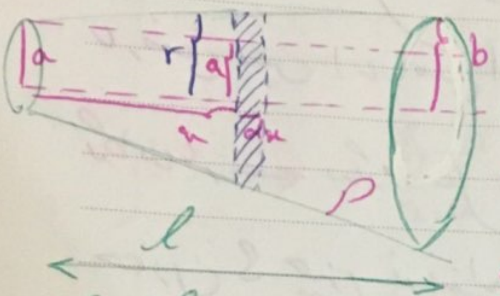
$$\hookrightarrow \frac{1}{2}\ln(b/a) = \ln(x/a) \rightarrow \ln(b/a)^{1/2} = \ln(x/a)$$

$$\sqrt{b/a} = x/a \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{ab}}$$

Subject :
Year . Month . Date . ( )

مثال : یک رسانا به شکل مخروط ناقص مطابق شکل دارای مقاومت ویژه ρ و طول l می باشد مقاومت این رسانا را بدست آورید؟

R = ?



$R = \frac{\rho l}{A}$

$$R = \int dR = \int \rho \frac{dx}{A} = \rho \int \frac{dx}{\pi r^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho}{\pi} \int \frac{dx}{r^2} = \frac{\rho}{\pi} \int_0^l \frac{dx}{\left(\frac{b-a}{l} x + a\right)^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \int \frac{du}{u^2} \longrightarrow R = \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \left(-\frac{1}{u}\right)$$

$$\hookrightarrow \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \left(\frac{-1}{\frac{b-a}{l} x + a} \right) \Big|_0^l = \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \left[\frac{1}{\frac{b-a}{l} \times 0 + a} + \frac{1}{\frac{b-a}{l} \times l} \right]$$

$$\hookrightarrow R = \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = \frac{\rho l}{\pi (b-a)} \left(\frac{b-a}{ab} \right)$$

$$R = \frac{\rho l}{\pi a b}$$

$$\frac{b-a}{l} x + a = u \longrightarrow \frac{b-a}{l} dx = du$$

$$dx = \frac{l}{b-a} du$$

$$\frac{b-a}{r-a} = \frac{l}{x}$$

$$r - a = \frac{b-a}{l} \cdot x$$

$R = \rho \frac{l}{A}$

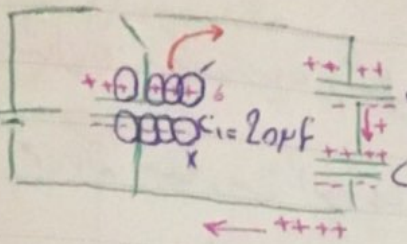
$$\hookrightarrow r = \frac{b-a}{l} x + a$$

Scanned by CamScanner

9 ؟

Subject. Year. Month. Date. ( )

$q_{10} = CV = 20 \times 90 = 1800\,\mu c$



اختلاف پتانسیل این جا برابر اختلاف پتانسیل خازن ۱ می باشد

* هر باری که از روی خازن به اختلاف پتانسیل کمتر می رود بعد از الف کمتر
بار منفی پس ۱ بار منفی از خود خازن ۲ کم می شود

شرط ثبات بار ← در شرط ثبات بار ۴ بار مثبت فقط به خازن شماره ۲ رفته است و به
خازن ۳ چیزی نرفته است زیرا تبادل فقط بین خازن ۱ و ۲ می باشد
و بار خازن ۳ بار القایی از خازن شماره ۲ می باشد.

شرط تعادل * $V_1 = V_2 + V_3$

شرط ثبات بار * $q_0 = q_1 + q_2$

شرط القاء بار * $q_2 = q_3$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} \quad (q_3 = q_2)$$

$$\frac{q_1}{20} = \frac{q_2}{60} + \frac{q_2}{120}$$

$$q_1 = q_2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$$

$$q_1 = q_2\left(\frac{3}{6}\right) = \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = 2q_1$$

$$1800 = q_1 + 2q_1$$

$$3q_1 = 1800$$

$$q_1 = 600\,\mu c$$

$$q_2 = q_3 = 1200\,\mu c$$

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{600}{20} = 30V$$

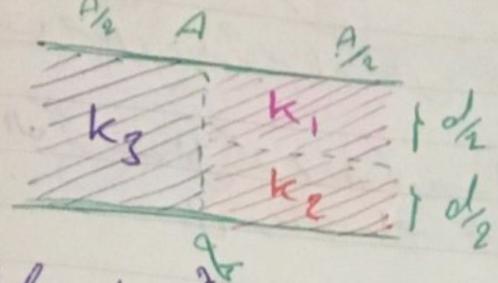
$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{1200}{60} = 20V$$

$$V_3 = \frac{q_3}{C_3} = \frac{1200}{120} = 10V$$

Scanned by CamScanner

Subject: Year: Month: Date:

مثال: کار لازم برای خارج کردن دی الکتریک k_1 پس از شارژ خازن شکل زیر و قطع باتری چقدر است؟



* اگر خازن از باتری جدا شود در بار آن تاثیری ندارد، پس بار ثابت است

$U_1 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ $\qquad U_2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{\frac{k_1 \varepsilon_0 A/2}{d/2}} + \frac{1}{\frac{k_2 \varepsilon_0 A/2}{d/2}}$$

$$\hookrightarrow \frac{d}{k_1 \varepsilon_0 A} + \frac{d}{k_2 \varepsilon_0 A} = \frac{d}{\varepsilon_0 A}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{d}{\varepsilon_0 A}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

$$C_{1,2} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$C_{کل} = C_{1,2} + C_3$$

$$\hookrightarrow \frac{\varepsilon_0 A}{d} \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + \frac{k_3 \varepsilon_0 A/2}{d}$$

$$\hookrightarrow C_{1کل} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\left[\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + \frac{k_3}{2}\right]$$

در حالتی که هنوز دی الکتریک k_1 خارج نشده است. وقتی خارج شود خلاء پر می‌شود و $k=1$ خلا می‌باشد

$$\hookrightarrow C_{2کل} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\left[\frac{k_2}{1 + k_2} + \frac{k_2}{2}\right] \longrightarrow \text{ظرفیت کم شده است}$$

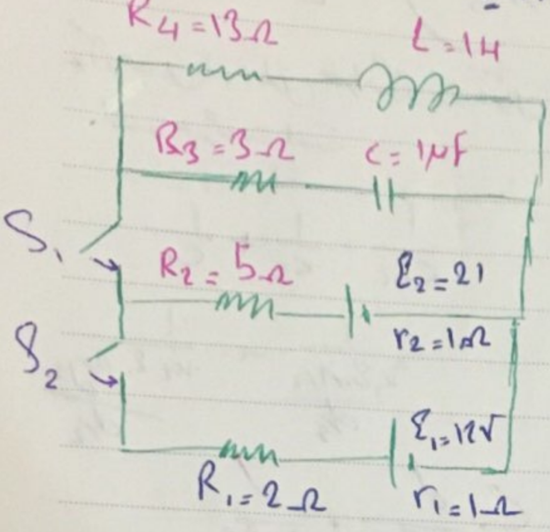
ظرفیت کم شده ← انرژی بیشتر می‌شود $\quad U_2 > U_1$

$$W = U_2 - U_1 = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) \text{---}$$

Scanned by CamScanner

مثال: در مدار شکل مقابل در لحظه $t=0$ کلیدهای S_1 , S_2 را می‌بندیم

الف) جریان در هر شاخه را در لحظه $t=0$ و $t=\infty$ به دست آورید

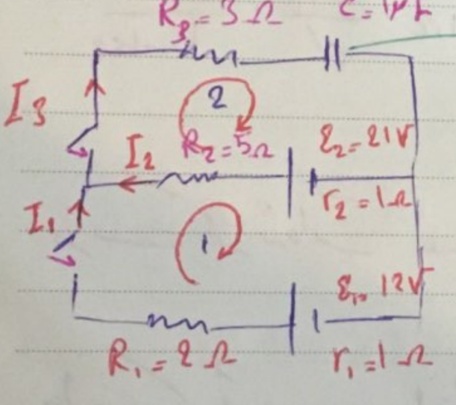


القاگر ← اول کار نمی‌ذاره کار درست انجام بشه
ولی در نهایت راحت عبور می‌ده.

طبق قانون القای فاراده نیروی القایی
به وجود می‌آید و طبق قانون لنز می‌خواهد جلوگیری
کند پس در لحظه $t=0$ مثل یک مقاومت خیلی قوی
عمل می‌کند

در لحظه $t=0$ هرجا القاگر بود کلاً چیزی نداریم چون چیزی عبور نمی‌کنه
و هر جا که خازن وجود داشت سیم کوتاه داریم و از مقاومت صرف‌نظر می‌کنیم

اتصال کوتاه در ساعت ابتدا



$$\begin{cases} -2I_1+5I_2-21+1I_2+12-1I_1=0 \\ -5I_2-3I_3+21-1I_2=0 \quad (I_3 = I_1+I_2) \\ I_1+I_2=I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_1-6I_2=-9 \longrightarrow I_1-2I_2=-3 \quad (4) \\ +9I_2+3I_1=+21 \\ 3I_2+I_1=7 \quad (3) \end{cases}$$

$1,3 \longrightarrow 5I_2=10 \longrightarrow I_2=2$

$3,4 \longrightarrow 3\times 2+I_1=7 \longrightarrow I_1=1A$ (5)

$4,5 \longrightarrow I_3=1+2=3A$

Scanned by CamScanner

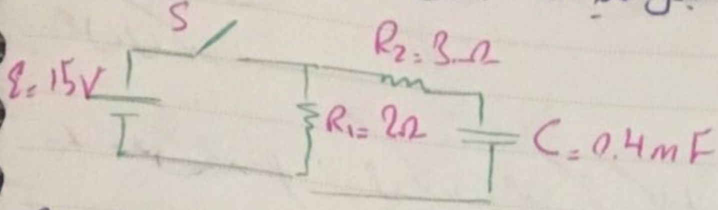
مدار ۲ حلقه

در لحظه وصل کلیدها ($t=0$)، خازن مانند اتصال کوتاه و القاگر مانند مقاومت ∞ یا قطع
عمل می کند

* وقتی زمان می گذرد القاگر کاملاً جریان را عبور می دهد و چون
جریان ثابت است از القاگر صرف نظر کنید و مثل قبل می شود
هر جا عدد ۵ بود 13 گذاشته شود

مثال: در مدار مطابق شکل درست بلافاصله پس از بستن کلید S جریان در هر مقاومت چقدر است

الف)



ب) اگر مدت طولانی کلید بسته بماند و خازن پر می‌شود، پس در لحظه t' کلید قطع شود و دشارژ شود، جریان در هر مقاومت چقدر است

پ) انرژی ذخیره شده در خازن در لحظه t' چقدر است

$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ معادل $R = \frac{6}{5}\Omega = 1.2\Omega$

$I = \mathcal{E}/R = \frac{15}{6/5} = 12.5A$ $\quad I_1 + I_2 = 12.5A$

$V_1 = V_2 \longrightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \longrightarrow 2I_1 = 3I_2 \longrightarrow I_1 = \frac{3}{2} I_2$

$I_1 + I_2 = 12.5A \longrightarrow \frac{3}{2} I_2 + I_2 = 12.5 \longrightarrow I_2 = 5A$

$I_1 = \frac{3}{2} \times 5 = 7.5A$

$I(t) = \mathcal{E}/R \, e^{-t/RC} \xrightarrow{t=0} I = \mathcal{E}/R = \frac{15}{5} = 3A$

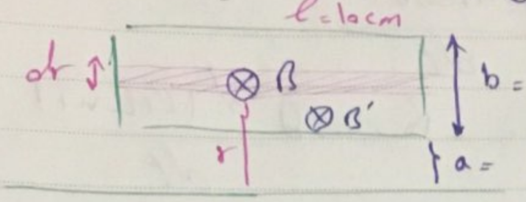
جریان عبوری از مقاومت‌ها در لحظه شروع دشارژ

$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 10^{-3} \times 15^2 \; (J)$

Subject: Year. Month. 1 Date. ( )

میدان یکنواخت نیست بخاطر فاصله ⟵ سؤال ۹۰

سؤال: در شکل مقابل یک پروب مستطیلی به طول 10cm و عرض 5cm و مقاومت 0.5Ω در نزدیکی یک سیم نامتناهی با جریان $I = 9 - 0.002t^2$ قرار دارد. الف) شار مغناطیسی گذرنده از پره و ب) جریان القا شده در حلقه در لحظه $t = 10s$ را بدست آورید.



$R = 0.5\,\Omega$

$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$

$\Phi_B = AB\cos\theta$ ✗ متفاوت است از همه جای آن هم یکسان نیست

$\Phi_B = \int B . ds$ ✓ برای یک المان متفاوت است

الف) $\Phi_B = ? \longrightarrow \Phi_B = \int B.ds = \int B\,ds\cos\theta = \int \frac{\mu_0 I l}{2\pi r} dr$

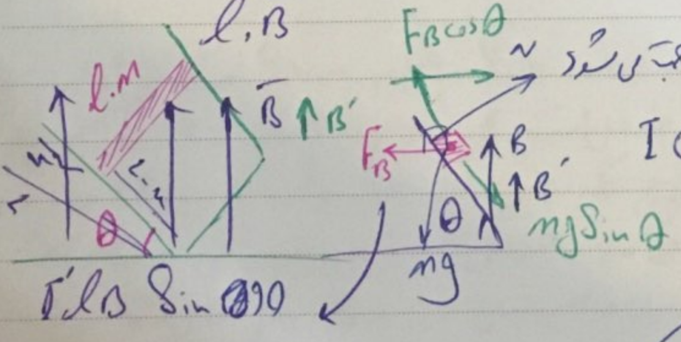
$\frac{\mu_0 I l}{2\pi} = \int_a^{a+b} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left|\frac{a+b}{a}\right| = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln 2$

ب) $I' = ? \xrightarrow{t=10s} \varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -1\,\frac{d\left(\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln 2\right)}{dt} = \frac{\mu_0 l \ln 2}{2\pi}\,\frac{dI}{dt}$

$\varepsilon = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln 2\left(-2\times10^{-2}\right) = \frac{\mu_0 l}{\pi}\ln 2\times10^{-2}$

$I' = \varepsilon/R = \frac{\mu_0 \frac{l}{\pi}\ln 2\times10^{-2}}{0.5}$

مثال: یک قطعه سیم رسانا به طول l بر روی ۲ میله‌ی رسانا و بدون مقاومت به سمت پایین سر می‌خورد و میدان مغناطیسی یکنواخت B مطابق شکل در فضا برقرار می‌باشد. توضیح دهید چرا بعد از مدتی سرعت میله به مقدار ثابتی رسیده و دیگر افزایش نمی‌یابد و این مقدار سرعت را بدست آورید.



شار داره کم می‌شود پس هم جهت می‌شود

I ⊙

$F_B\cos\theta = mg\sin\theta$

$(I' l B \sin 90)\cos\theta = mg\sin\theta$

$V = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$I' = \mathcal{E}/R \longrightarrow Bl v\cos\theta / R$

$\mathcal{E} = N\dfrac{d\Phi}{dt} = -1 \times \dfrac{d(AB\cos\theta)}{dt}$

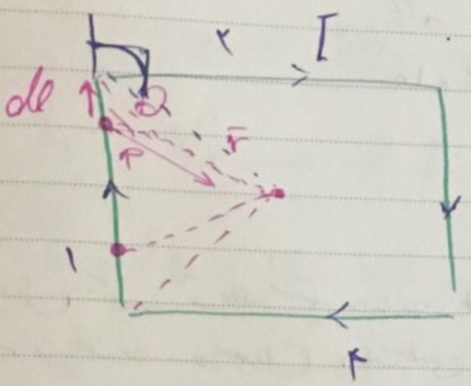
$\hookrightarrow \mathcal{E} = -B\cos\theta \, dA/dt = -B\cos\theta \dfrac{d(l(L-x))}{dt}$

$\hookrightarrow \mathcal{E} = -B\cos\theta \, l \dfrac{d(L-x)}{dx} \times \dfrac{dx}{dt}$ (v)

$\mathcal{E} = +B\cos\theta \, l v(-1) \rightarrow \mathcal{E} = Blv\cos\theta$

سوال: از یک حلقه مربعی به ضلع a جریان می گذرد میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه بدست آورید

چون سیم محدود است آمپر نمی شود رفت پس از انتگرال می گیریم.



اگر مستطیل بود این صورت نیست $dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \dfrac{dl \times r}{r^3}$

$\bar{B} = \int d\bar{B} \Rightarrow B = \int dB$

مثل بی نهایت نیست

$B_1 = \ldots \int_{\pi/2}$

جای $R \leftarrow a/2$

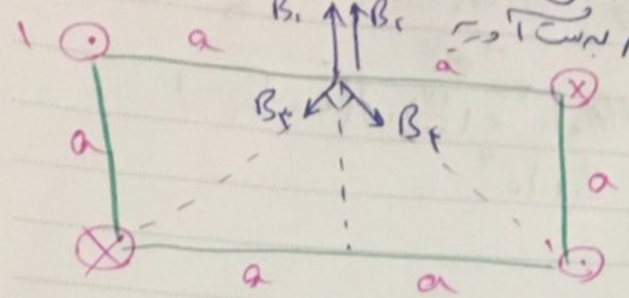
پس $B_{Total} = 4B_1$

PAPCO

Scanned by CamScanner

سوال

* ۴ سیم مسی نا متناهی با هم موازی اند و هر سیم حامل جریان I در جهت شکل داده شده می باشد بزرگی و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه ی P به دست آورید



$B_3, B_4 < B_1, B_2$

$$B = 2B_1 - \sqrt{2} B_3$$

$$\to B = 2\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\right) - \sqrt{2}\,\frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{2}\, a}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

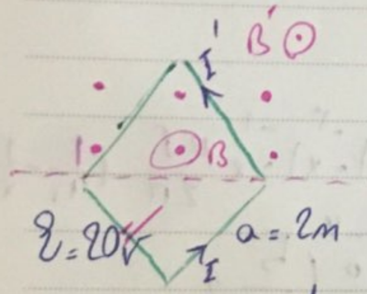
۷۷

سوال

* مداری به شکل مربع به ضلع ۲m تا شده در میدان مغناطیسی $B = 0.042t$ (0.08) سوی بیرون قرار گرفته است

الف) نیروی محرکه القایی در حلقه را بدست آورید

ب) نیروی محرکه کل در مدار چقدر است



$\varepsilon = 20V$ $\quad a = 2m$

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$$

$$= -1 \times \frac{d(AB\cos 0)}{dt} \longrightarrow -A\frac{dB}{dt} \to +\frac{a^2}{2}(+8\times10^{-2}) = 16\times10^{-2}\,V$$

$$\varepsilon = 20 + 16\times10^{-2}$$

سوال: کویل اتومبیل شامل ۲ سیم لوله به قطر ۲cm و طول ۸cm است یکی از این سیم لوله ها از طریق دلکو به باتری ۱۲V ماشین متصل است که ۱۲۰ دور سیم پیچی دارد و مقاومت آن ۲٫۴Ω می باشد سیم پیچ دیگر روی اولین پیچیده شده و ۲۴۰۰ دور دارد زمانی که دلکو مدار سیم پیچ اول را قطع می کند جریان سیم پیچ اول طی مدت ۳ms صفر می شود نیروی محرکه الکتریکی متوسطی که در این فاصله زمانی در سیم پیچ دوم القا می شود چقدر است

PAPCO

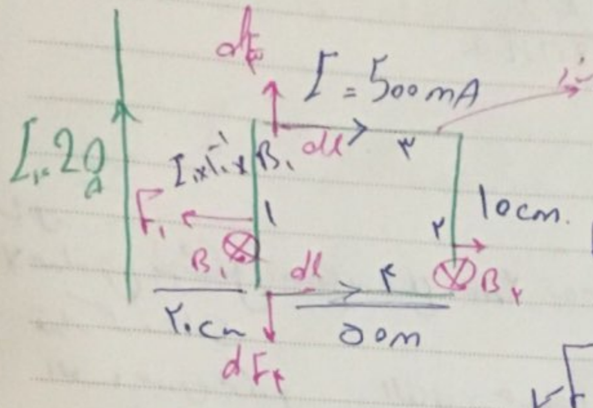
Scanned by CamScanner

$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt} = -2400 \times \frac{d(N_1 A B \cos 0)}{dt}$, $B = \frac{\mu_0 n_1 I_1}{}$

$\Rightarrow \varepsilon = -2400 \times (\pi (10^{-2})^2) \frac{4\pi \times 10^{-7} \times (\frac{120}{8 \times 10^{-2}})(0 - \frac{13}{24})}{3 \times 10^{-4}}$

$\Rightarrow \varepsilon = 2400\ v$

نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه‌ی مستطیلی شکل را از طرف سیم نازک نامتناهی بدست آورید



$F_2 = I_2 \times 10^{-1} \times B_2$

$F = F_1 - F_2$

$\Rightarrow I_2 \times 10^{-1} \times (B_1 - B_2) \sin 90 = 500 \times 10^{-3} \times 10^{-1} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$

$\Rightarrow F = 5 \times 10^{-2} \times \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi \times 10^{-2}} (\frac{1}{2} - \frac{1}{7}) = 10^{-4} (\frac{5}{14})$